Stanisław-Jerzy, syn Jana Karola i Katarzyny
Zamoyskiej przeznaczony do stanu duchownego i już
pierwsze święcenia mający, wrócił do stanu świec-
kiego, Szambelan Królewski, chorąży w. Kor. 1784
– 1790 i prezes cywilno wojskowy krzemieniecki
rotmistrz pancerny, Kawaler orderu Sgo Stanisł.
1781. Został hrabią austr. 1783 um. 1806. r.

Uruski. Rodzina XI. 176

Hr[illegible]

Elemens d' Euclide par Stanislas Mniszech

le 20 Septembre.

1766.

DEFINITIONS.

Le Point. Est un signe dont on ne considere ni la longueur ni la largeur ni aucune dimension. On s'en sert pour marquer un endroit particulière.

La Ligne. Est une longueur dont on ne considere ni la largeur ni la profondeur.

La Superficie. Est une etendue dont on condere la longueur et la largeur.

L'Angle. Est une inclination de deux lignes l'une sur l'autre.

L'Angle Droit. Est celui qui est formé par une une ligne qui tombant sur une autre ligne forme deux Angles de parte et d'autre égaux, qui sont droits.

La Perpendiculaire. Est une ligne qui en tombant sur une autre forme un ou quelque fois deux angles droits.

Des Parallel- Ce sont deux ou plusieurs lignes qui sont équi-
les. distantes. La Distance se mesure par des
perpendiculaires

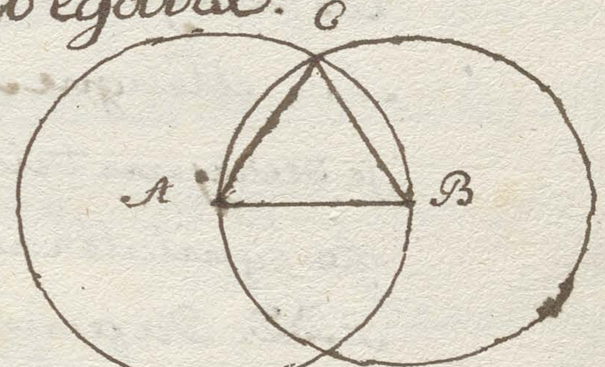
Le Cercle et Est une figure terminée par une seule ligne
Le Centre. courbe, apellée Périférie ou Circonférance.
Dans cette figure est un point nommé cen-
tre, d'où toutes les lignes à la Circonférance
sont égales. On les apelle raïons.

Triangles. Le Rectangle a un angle droit. L'acutangle
à un Angle plus petit qu'un droit. L'ob-
tus angle a un angle plus grand qu'un droit

Le Trapheze. Figure figure irrégulière a quatres côtés.
Parallellogram. A les 4 côtés opposés paralelles et égaux.

Proposition 1.

Faire sur la ligne A B donnée un Triangle Equilateral: c. d. dont les trois côtés sont égaux.

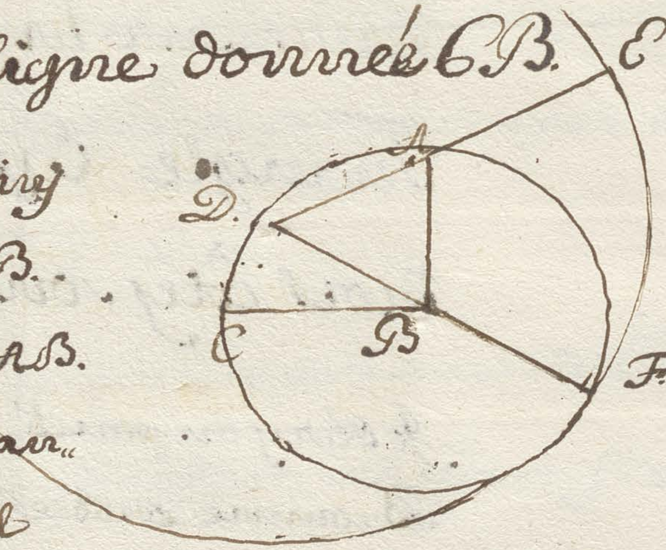


Je décris du point B comme centre et de l'intervale BA un Cercle. Du point A de même, comme Centre et de l'intervale AB je décris un autre Cercle qui coupera le prémier en C. Alors je tire les lignes AC. et CB qui me donneront le Triangle Equilatéral ABC Demandé.

Car les Côtés AB. et BC. sont égaux, ils sont raions du même Cercle. De même les Côtés CA. et AB, étant raions du même Cercle. Donc AC est égale à CB, donc les trois cottés sont égaux &c. q. f. f. C. Q. F. F.

Proposition 2

Du Point A donné tirer une ligne égale à la ligne donnée CB.

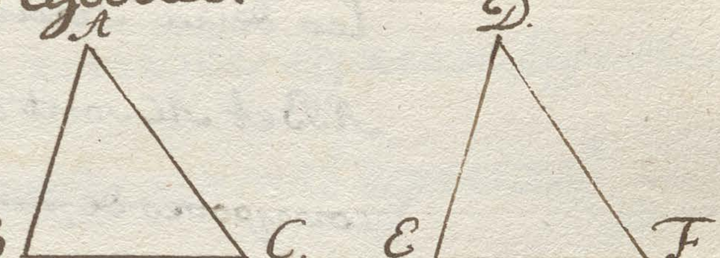


Pour cela je joins les poins A et B. Sur cette ligne AB. je décris un trian-gle équilatéral ABD. Du point B comme Centre et de l'interv. BC je décris un Cercle. Je prolongue la ligne DB jusqu'à la périférie F. Du point D. comme Centre et de l'intervale DF. je décris un autre Cercle et je prolongue la ligne DA jusqu'à la périférie du grand Cercle en E. Je dis que la ligne AE est la ligne Demandée égale à CB.

Car DE. est égale à DF. raions du même Cercle. Si donc de chacune j'ote des choses égales savoir DB. et DA. côtés du Triangle Equilatéral, les restes AE. et BF seront égaux. Mais BF est égal à CB rayons du même Cercle donc AE est égale à CB. C. Q. F. F.

Proposition. 4.

Si deux Triangles ABC. DEF. ont deux côtés égaux à deux côtés chacun au sien, savoir AB à DE et AC à DF et l'angle renfermé par ces côtés égaux égal à l'angle, les deux Triangles seront parfaitement égaux.

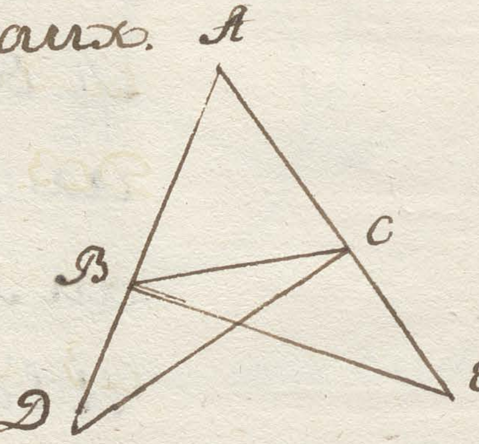


Transportés par la pensée le Triangle ABC sur DEF comme les lignes AB et DE sont égales aussi bien que AC et DF et que l'angle A est égal à l'angle D ces deux figures conviendront parfaitement et seront en tout égales. C. Q. F. D.

Le Triangle Isoscele. à deux côtés égaux.

Proposition. 5.

Les Triangles Isoscelès ont les Angles sur la Baze égaux et les côtés égaux étant prolongés, les angles extérieurs sous la Baze sont égaux.

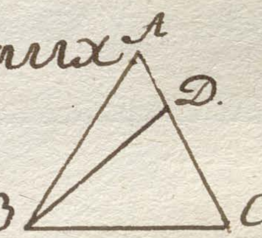


Je prolonge AB jusqu'en D et AC jusqu'en E. De maniere que CE soit égale à BD. Je tire les lignes DC & BE. J'examine les deux Triang: ACD. et ABE. Ils sont égaux. Car AB et AC sont côtés du Tri: Isosc: AD. et AE sont composés de parties égales, et l'Angle A renfermé par les côtés égaux est commun, ainsi les deux Triangles par la précédente sont en tout égaux, la Baze DC. est égale à la baze BE. et l'angle D égal à l'angle E, l'angle ABE égal à l'angle ACD.

J'examine ensuite les deux Tri: DBC. ECB. ils sont égaux. Car BD a été faite égale à CE. DC a été prouvée égale à BE et l'angle D renfermé par les côtés égaux a été prouvé égal à l'angle E. Donc l'angle DBC est égal à l'angle BCE ce sont les angles sous la Baze. Deplus l'Angle EBC est égal à l'Angle DCB. si donc des deux angles égaux ACD et ABE je retanche des Angles égaux sc. DCB de ACD et EBC de ABE les restes ABC et ACB seront égaux. C.Q.F.D.

Proposition 6.

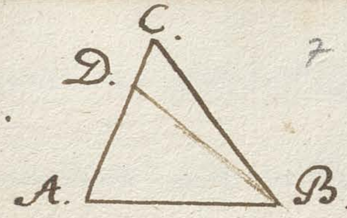
Si un Tri: a deux angles égaux, les côtés opposés à ces angles, seront égaux.



Si les deux Angles ABC. et ACB sont égaux, les côtés BA et AC seront égaux. Si cela n'est que AC soit plus grande prenés DC égale à AB je joins les points D et B. Je compare les deux Tri: ABC. BDC. le côté BA est égal au côté DC. BC est commun et l'angle C renfermé par les côtés égaux est egal par la proposition, A l'angle ABC: donc les deux Tri: ABC DBC sont égaux, la partie au tout: ce qui est absurde C. Q. F. D.

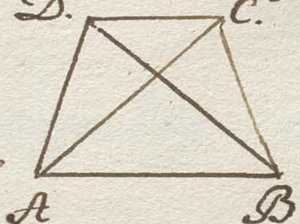
Proposition 7.

Si des extrémités de la ligne AB, on mène deux lignes AC et BC se rencontrant au point C. Je dis que des mêmes extrémités A et B et de même part que C. on ne peut mener deux autres lignes égales chacune à la sienne qui se rencontrent dans un au-tre point que C. savoir AD égale à AC et BD égale à BC.

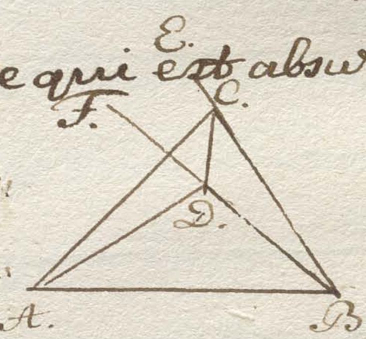


Il ne sauroit y avoir que trois cas;
ou que le point de rencontre D
soit sur une des lignes, ou en dehors, ou en dedans.

Prémier cas. Le point D ne sauroit tomber sur une des lignes, puisque AD seroit égale à AC ce qui seroit absurde.



Second cas. Le point de rencontre D. soit en dehors. Joignés les points D et C. Le Tri: ADC. est Isoscele. Donc les Angles sur la Baze, ACD et ADC sont égaux; donc BDC partie de ADC est plus petit que DCA. Mais si à DCA j'ajoute l'angle ACB, l'angle total DCB sera beaucoup plus grand que BDC, qui cependant devroient etre égaux, puisqu'ils sont les Angles sur la Baze du Tri: Iso: DBC ce qui est absurde.



Troisieme cas. Le point de ren=contre D soit en dedans. Je pro=longe la ligne BD en F. et la ligne BC en E. et je joigns les points D &

et C. Je dis le Tri: ADC est supposé Isosc: donc les ang„
les sur la Baze CD sont égaux savoir ADC & ACD.
Mais l'angle FDC est plus petit que ADC. dont
il n'est que la partie, et plus petit par consequent
que ACD égal à ADC. et par la même beaucoup
plus petit que DCE. Mais ces deux angles inégaux
sont les Angles sous la Baze du Tri: Isosc: qui devroi„
ent être égaux, ce qui est absurde. C.Q.F.D.

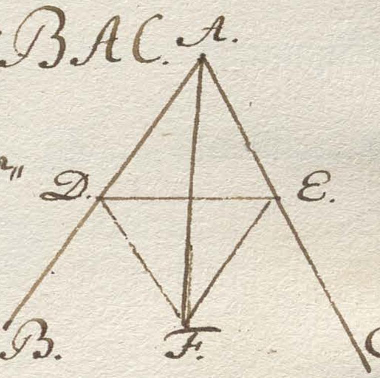
Proposition. 8.

Si deux Trian„gles ont les trois côtés égaux, ils seront en tout égaux

Si par la pensée je transporte le Triangle EDF sur le Triangle ABC. La ligne EF etant égale à la ligne AB les points B et E. C et F coïncide„ront. Mais des points B et C je ne sauroi tirer deux autres lignes DE et DF égales chacune à la sienne qui concavent en un autre point que le point A. par la proposition précéden: Donc les Trois poins B: A: & C: coïncideront avec les trois points E: D & F &c. C Q F D.

Proposition 9

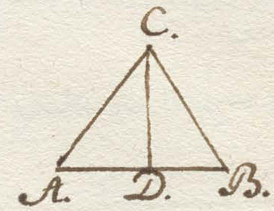
Couper en deux parties égales un Angle rectiligne donné, B.A.C.



Je prend sur A B une ligne quelcon„ que A D & sur AC une ligne A E. égale à A D. Je tire la ligne DE. sur laquelle je décris un Trian: équil: DFE. Je tire la ligne A F qui partagera l'angle BAC. Donné en deux parties égales. Les deux Triangles ADF & AEF sont égaux. Car AD a été faite égale à AE. DF et FE sont côtés d'un Triangle Equil: FA: est commune: donc par la précédante ces deux Triangles sont en tout égaux. donc l'Angle FAD. est égl à l'angle FAE C.Q.F.F.

Proposition 10.

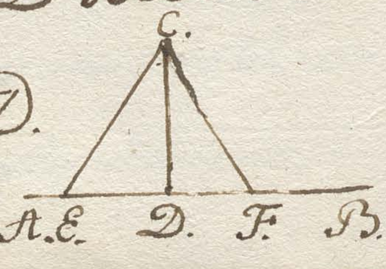
Couper en deux parties égales la ligne AB donnée.



Sur AB je décris un Trian: Equil. ACB. Je partage l'angle ACB en deux parties égales par la ligne CD. Je dis que AD. et DB sont les deux parties égales. Car les deux Triangles ACD et DCB sont égaux, AC est égale à CB, côtés d'un Trian: Equil: DC est commune. De plus l'angle ACD est égal à l'angle DCB renfermé par les côtés égaux donc par la quatrieme la Baze AD est égale à la Baze DB. C Q F F.

Proposition 11.

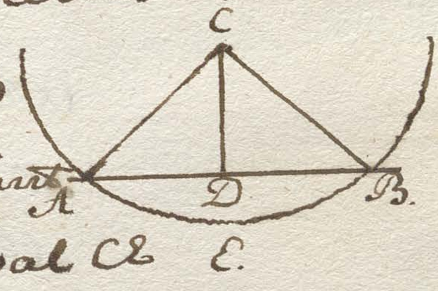
Sur une ligne droite donnée AB: en un point en cette ligne D mener une perpendiculaire CD.



Je prens sur DA une ligne quelconque que je nomerais DE et sur DB je prens DF égale à DE. Sur CF je décris un Triang: Equila: ECF. Je tire du point C au point D. une ligne CD, qui est la perpendiculaire demandée. Car les Tri: ECD et DCF sont égaux. CE est égal à CF côtés du Triangle Equila: DC est commune: ED a été faite égale à DF. donc par la 8me l'angle EDC est égal à CDF qui sont droits. Donc la ligne CD est perpendiculaire. C: Q: F: F:

Proposition 12

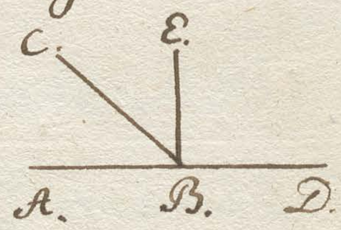
Sur une ligne droite donnée AB et d'un point C. hors de cette ligne mener une perpendiculaire CD.



Prenés au dessous de la ligne AB un point quelconque E. Du point C comme centre et de l'interval CE je décris un cercle qui coupera la ligne AB aux points A et B. Je partage la ligne AB en deux parties égales au point D. Je tire la ligne CD et je dis qu'elle est la perpendiculaire demandée. Après avoir tiré les lignes CA et CB j'ai deux Trian: ACD et DCB égaux. AC et CB sont raion; DC est commune. AD et DB ont été faites égaux: donc par la 8me, l'angle ADC est égal à l'angle BDC, qui sont donc droits et DC per„ pendiculaire. C. Q. F. F.

Proposition. 13.

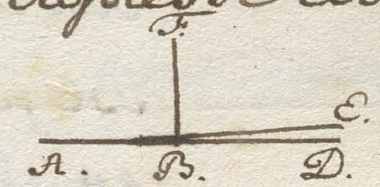
Une ligne droite tombant sur une autre ligne droite, fait deux Ang. les droits ou deux Angles égaux à deux droits.



Si EB est perpendiculaire à AD elle formera évidemment deux Angles droits ABE et DBE. Mais si elle ne l'est pas: CB par exemple les Trois Angles A.B.C. C.B.E. E.B.D ensemble seront égaux aux deux Angles droits A.B.E et D.B.E. C: Q: F: D:

Proposition 14.

Si à l'extrémité d'une ligne droite se rencontrent deux autres lignes droits faisant de part et d'autre deux Angles égaux à deux droits ces lignes se rencontreront directement.

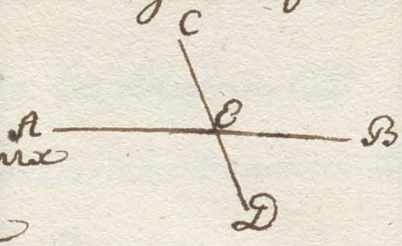


Les deux lignes A B et D B viennent se rencontrer à l'extrémité de F B formant deux Angles F.B.A. et F.B.D égaux à deux droits, je dis que la ligne A D forme une seule ligne droite. si cela n'est prolongés la ligne A B. en E. Alors vous aurés l'Angle F.B.E. droit aussi bien que l'angle F.B.D. ce qui est absurde. C. Q. F. D.

Proposition 15.

Si deux lignes droites A B et C D au point

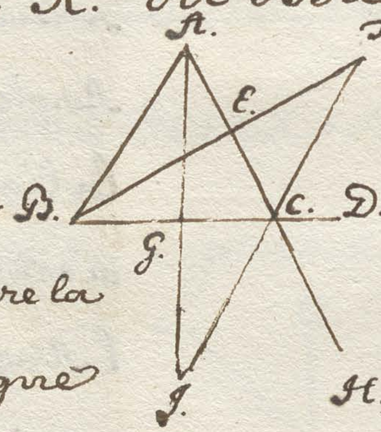
Et se coupent, elles feront les Angles opposés au Sommet égaux.



Les Angles AEC. et BEC sont égaux à deux droits, comme aussi le même Angle AEC plus l'angle AED. Si donc à ces quantités égales je retranche une quantité commune AEC les restes AED et BEC seront égaux. C. Q. F. D.

Proposition 16.

Un côté du Triangle ABC étant prolongé BC jusqu'en D l'angle exterieur ACD est plus grand que l'un ou l'autre des opposés interieurement, sc: ou BAC ou ABC.*



Je partage la ligne AC en deux parties égales au point E. Je tire la ligne EB. Je prolonge cette ligne pour avoir EF égale a BE. Je tire FC. Or les deux Trian: ABE et FEC sont égaux. Car BE et EF ont été faits égaux, comme aussi AE. et EC. Et les

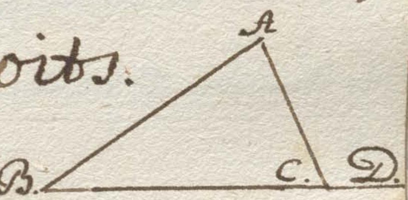
Angles FEC. AEB renfermes par les cotes egaux sont opposes au Sommet. donc par la 4me. l'angle EAB est egal a l'angle ACF. Plus petit que l'angle ACD.

Je partage de même la ligne BC & je mene les lignes AG. et GI. egale. Je tire la ligne IC. et je prolonge AC en H. Je prouve comme ci dessus que les deux Trian: AGB & GIC. sont egaux. Donc l'angle GCI est egal a l'angle ABG. Mais l'angle GCI est plus petit que GCH egal a ACD opposés par la pointe. donc l'Angle ACD est plus grand que l'angle ABC.

C.Q.F.D.

Proposition 17.

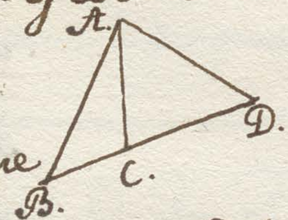
Tout Triangle ABC. a deux Angles plus petits que deux droits.



Apres avoir prolongé la ligne BC. en D je dis que l'angles ACB plus l'angle ABC. ne vale pas deux droits. Car les deux Angles ACB & ACD valent deux droits. Mais l'angle B. est plus petit que l'angle ACD. Donc l'angle B plus l'angle ACB ne valent pas deux droits. C.Q.F.D.

Proposition 18.

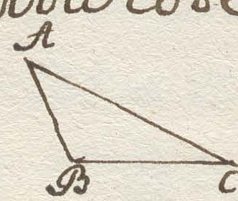
En tout Triangle, ABC visàvis du plus grand côté cherchez le plus grand Angle.



Soit BD plus grand que AD: je dis que l'angle BAD est plus grand que l'angle B. Je prens sur DB une ligne CD égale à AD. Je tire la ligne CA. J'examine le Triangle Isoc: ACD les deux Angles sur la Baze ACD et DAC sont egaux. Mais l'Angle ACD est extérieur à l'angle B. et par consequent plus grand que l'angle B qui est ainsi plus petit que CAD l'egal de DCA et a plus forte raison plus petit que l'angle total A. C.Q.F.D.

Proposition 19.

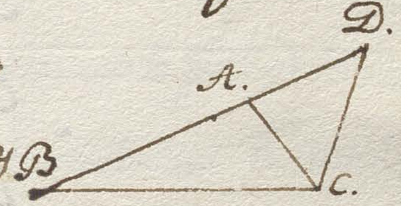
En tout Triangle, visàvis du plus grand Angle cherchez le plus grand côté.



Visàvis du plus grand Angle B. est le plus grand côté CA. CA n'est pas egal a AB puisque l'Angle C seroit egal a l'Angle B si BA etoit plus grand l'angle C seroit aussi plus grand que l'Angle B. par la proposition précédente Prop: contre la suposition. C.Q.F.D.

Proposition 20.

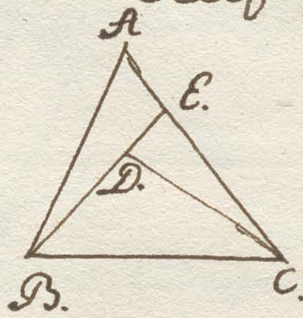
En tout Triangle ABC. deux côtés AB plus AC sont plus grands que BC.



Prolonges la ligne BA en D pour faire AD egale à AC. Joignes les poins D. et C. Le Triangle ACD est Isosc: Donc les Angles ADC et ACD sont egaux. Mais l'Angle DCB. est plus grand que l'angle DCA, ou D son egal et par consequent visavis du petit Angle D cherchez le petit coté BC. et visavis du grand Angle BCD cherchez le grand côté DB. C.Q.F.D.

Proposition 21.

Si sur la Baze d'un Triangle ABC et des poins B. et C on eleve interieure ment un Triangle BDC les lignes BA plus AC seront plus grandes que BD plus DC mais que l'Angle A sera plus petit que l'Angle BDC.



Prolongés la ligne BD en E. BA plus AE est plus grand que BE. EC plus ED est plus grand que DC. Mais si a des quantites inegales joins ensemble les plus grands avec les plus grands et les plus petites avec les plus petittes et retranchant DE commune AB plus AC seront plus grandes que DB plus DC.

Mais l'angle A est plus petit que son exterieur DEC qui est luimême plus petit que BDC donc l'angle BDC est plus grand que l'angle A. C.Q.F.D.

Proposition 22.

Trois lignes étant donnés dont deux

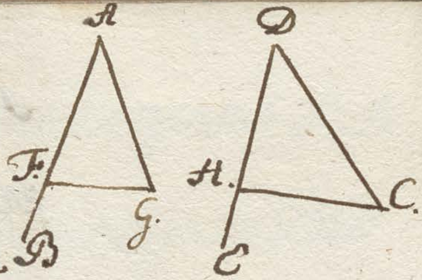
sont plus grandes que la troisieme,
en faire un Triangle.

Tirés à discretion
la ligne DE. Prenés sur cette ligne FL. egale a A.
et FG. egale a C. et GH egale a B. Du point F comme
centre et de l'intervale FL. je decris un Circle. Du
point G comme centre et de l'intervale GH je decris
un autre Circle. Au point d'intersection K tirés
les lignes FK. GK. qui formeront le Triangle.
FGK demandé. Car FG. a été faite egale a C. LF
a été faite egale a A. Mais LF est egale a FK. de meme
une GH egale a B est egale a GK. Donc les trois cotes du
Triangle GKF sont egales aux trois lignes données
A. B. et C. C.Q.F.F.

Proposition 23.

Sur une ligne donnée AB. et au point
A faire un angle egal à un Angle

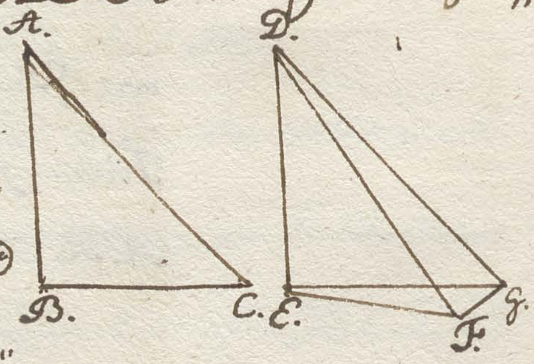
donné HDC.



Je prens sur DC. une ligne DH je ioins les poins HC. Derniere je prens sur AB une ligne AF egale a DH. et par la proposition precedente je fais le Triangle AFG. egal au Triangle DHC. ainsi l'angle A est egal a l'angle D. C.Q.F.F.

Proposition 24.

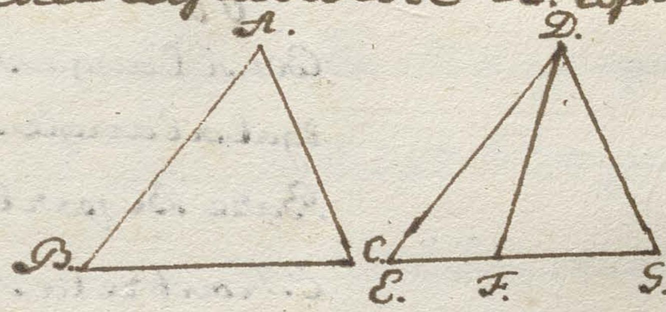
Si deux Triangles ABC. DEF. ont deux cotés chacun au sien et l'angle A conte= nu par les côtés egaux plus grand que l'angle D. aussi la Baze EF est plus pe= tite que la Baze BC.



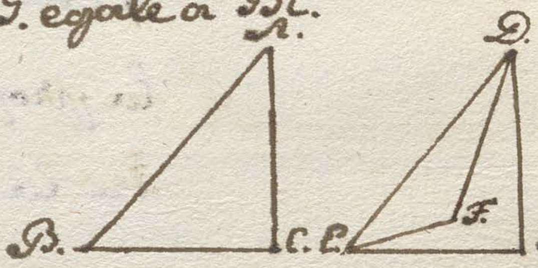
Pour la demonstration je fais sur la ligne DE au point D un Angle EDG. egal a l'an= gle A. Faites DG. egale a DF ou à AC: joignez les points G et E. et les poins G. et F. Or la ligne EG passera ou sur le point F ou audessus ou dessous.

Supposons au dessus.

Les Triangles ABC DEG sont egaux parceque ils ont deux côtés egaux a deux côtés chacun au sien et l'angle A egal a l'Angle total D. Donc la Baze BC est egale a la baze EG. Mais le Triangle DFG. est Isosc: ayant fait egaux DF. & DG. donc les Angles DFG. & DGF sont egaux. Mais l'angle EGF est plus petit que l'angle DGF. Et l'angle EFG. plus grand que l'angle DFG. Donc l'Angle EGF est plus petit que l'angle EFG. Donc visavis du petit Angle EGF chercher le petit côté EF. Visavis du grand Angle EFG. cherchez le grand cote EG. egal a BC.



Second cas. La ligne EG. tombe sur le point F et la ligne EF est plus petite que EG. egale a BC.

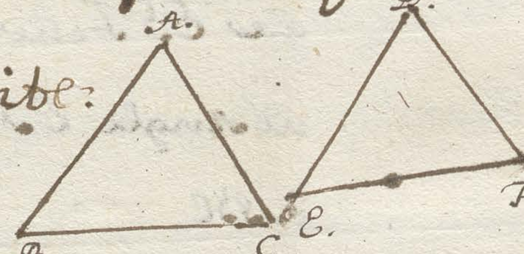


Troisieme cas. La ligne EG tombe au dessous de F par la prop: 21. les deux lignes. EG & GD. ensemble sont plus grandes, que EF et FD.

Mais retranchant d'une part DG. et de l'autre DF. EF sera plus petite que EG. ou que BC son egale. C. Q. F. D.

Proposition 25

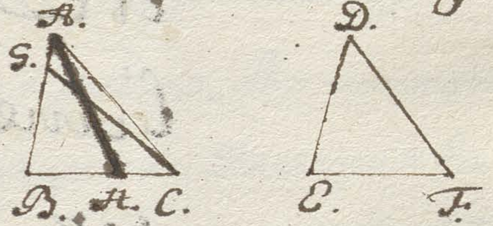
Si deux Triangles ABC DEF ont deux côtés egaux chacun au sien et la Baze BC plus grande que la baze EF ils auront aussi l'angle A opposé a la grande Baze plus grand que l'angle D opposé à la petite:



Car si l'angle A etoit egal a l'angle D la Baze BC par la 4me prop. seroit égal a la Baze EF contre la supposition. Si au contraire l'angle A etoit plus petit que l'angle D. la Baze BC par la prop: precedente seroit plus petite que EF contre la supposition. C. Q. F. D.

Proposition. 26.

Si deux Triangles ABC. DEF ont un côté BC egale a EF et deux Angles B et BAC egaux à E et D chacun au sien ses deux Triangles sont en tout egaux.



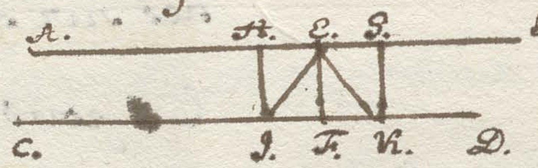
Supposons que AB soit plus grand que DE. prenes sur AB une ligne BG. egale a DE. et je joins les pours G. et C. et je dis que les deux Triangles BGC. et EDF sont egaux. GB a été fait égale a ED. BC est suppose egal a EF et l'angle B. de meme egal a l'angle E. Donc par la quatrieme l'angle BCG. est egal à l'angle F qui est egal al'angle total BCA par la proposition. donc sa partie BCG. lui seroit egale. Ce qui est absurde.

Soit AB egale a DE. prenes sur BC une ligne BH egale a EF. joignes les poins AH. et raisonnes comme ci dessus. C. Q. F. D.

Proposition 27.

Lemme premier.

Si l'on a deux lignes parralelles AB. et CD. et qu'on tire entre elles et sur l'une une perpendiculaire EF sur AB. elle le sera aussi sur CD.



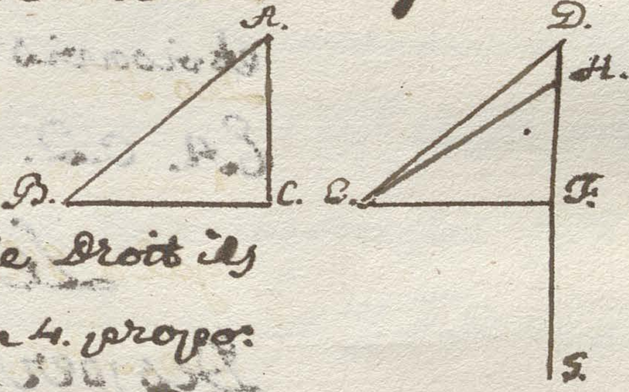
Prenez sur EB. une ligne quelconque EG. prennez de même sur EA. une ligne EH egal a EG. J'eleve deux Perp: sur AB. savoir HI et GK. Je tire les lignes EI. et EK.

Les Triangles IHE. et KGE. sont egaux par la 4me prop: HE a été fait egale a EG. HI. est egal a GK. etant perp: entre pararel: Les An-gles. IHE. et KGE. sont droits etant formé par des perp: Donc la Baze IE. est egal a la Baze KE. Et les Angles IEH et KEG. sont egaux.

Demême les deux Triangles IET. et KEF sont egaux. IE a ete prouvé egale a EK. EF est commun et les Angles IEF. et FEK. sont egaux. Car les Angles FEH et FEG. formés par la perpendiculaire sont egaux: aussi bien que les Angles HEI et GEK. leurs parties. Par consequent les restes IEF. et FEK sont egaux. Donc par la 4. les Angles IFE. et KFE. sont egaux. C. Q. F. D.

Lemme Second

Si deux Triangles rectangles ABC. DEF. ont deux cotés quelconques égaux, chacun a sien les deux Triangles sont égaux.



Si ses cotés egaux renfermoient l'angle droit ils seroient egaux par la 4. propo.

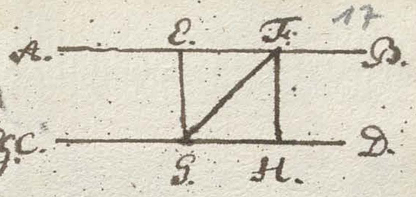
Soit donc AB egal a ED. et BC a EF et les Angles C et EFD. droits. Après avoir prolonge DF en G.

Soit donc DF plus grande que AC prenés sur elle FH. egal a AC. tirés la ligne HE. cela etant les Triangles ABC et EFH seroient egaux. BC par la propo. est egal a EF. CA a ete supposé egal a FH. et les angles C. et EFH. sont droits. Donc par la 4. propo: Donc EH est egal a BA. ou a ED. ce qui seroit absurde. Car l'angle droit EFG. est plus grand que l'interieur opposé EHF. qui est aussi exterieur par raport a l'angle D. Donc l'angle D. est egu et par la même plus petit que EFD. or vis a vis de ce grande angle cherchez le grand coté ED. et vis a vis du petit ~~angle~~ D. cherchez le petit coté EA. C.D. F.D.

Lemme Troisieme

Des perpendiculaires EG. FH. eleve entre des Parallelles AB et CD en emportent des portions egales

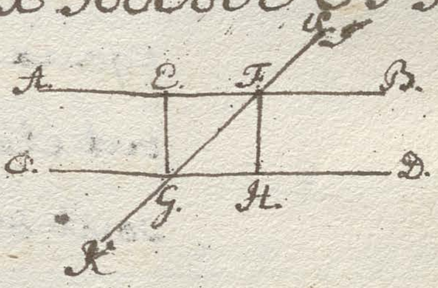
E F. et G H.



Tirés la ligne F G. les Triangles F E G. et G F H sont egaux. F G. est commune. E G. et F H sont perpendiculaires entre paralelles. Les Angles G E F. et G H F sont droits donc G H est egal a E F. C. Q. F. D.

Lemme Quatrieme.

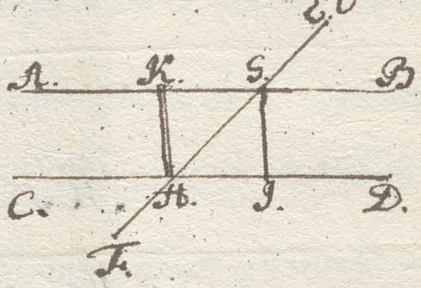
Si sur deux lignes paral: A B et C D tombe une ligne I K. elle fera les Angles alternes opposées egaux savoir E F G. et F G H.



Tires les perpendiculaires F H et G E. Les Triangles F G H. et F E G. sont egaux F G est commune E G et F H sont egales aussi bien que E F et G H paral. entre perpendiculaires. Donc les Angles F G H. et G F E sont egaux. De même que G F B et H G F. C. Q. F. D.

Proposition 27

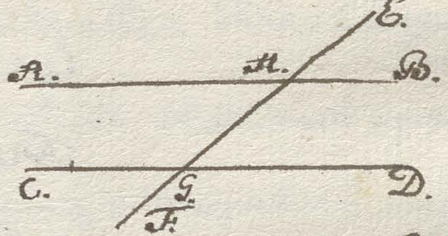
Si une ligne droite E F tombant sur deux lignes droites A.B. et C.D. fait les angles alternes oposes egaux K G H. G H I. les lignes A.B. et C.D. seront paralelles.



Tires les perpendiculaires G I. et H K. qui doivent etre prouvées egales. Les Triangl: H G I et H G K sont egaux. G H est commune. Les Angles K G H. et G H I. ont été donné egaux, et les Angles H K G. et H I G. sont droits. donc par la 26ᵐᵉ les perpendiculaires K H et G I. sont egales, et les lignes A.B. et C.D. sont paralelles. C. Q. F. D.

Proposition 28.

Si une ligne droite E F tombant sur deux lignes droites A.B. et C.D. fait l'angle exterieur F G D. egal à BHG. interieur opposé de même part. Ou bien les deux interieurs de même part, BHG. et HGD egaux à deux droits, les lignes AB et CD seront paralelles.



Les deux Angles DGF. plus DGH valent deux droits. De même que les Angles BHG. plus BHE. Mais l'Angle DGF est donné egal a BHG. Donc les restes DGH. et BHE. qui est egal a AHG. Angle Alterne sont egaux. C. Q. F. D.

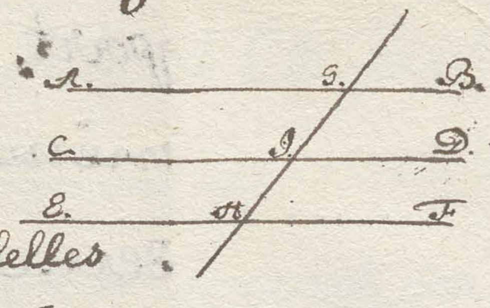
Les deux Angles DGF et DGH valent deux droits. De.. même par le donné les Angles DGH et BHG. sont aussi egaux a deux droits. Donc DGF. ou son egale CGH est egal a son alterne oposé BHG. C. Q. F. D.

Proposition 29.

Proposition. 30.

Les lignes droits AB. et CD paralelles

a une même EF. sont paralelles en-tre elles.

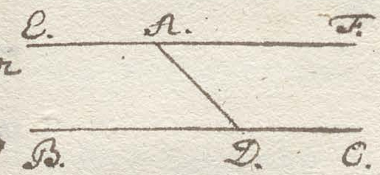


Tires la ligne GH.

Puisque AB et EF sont paralelles les angles Alternes AGI et FHI sont egaux. De même FHI a CIH ou a DIG son egal opposé par la pointe et qui est alterne paraport a l'angle AGI. C. Q. F. D.

Proposition 31.

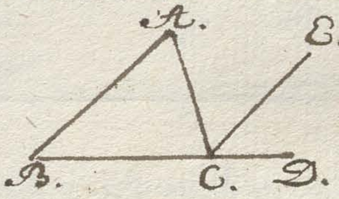
Sur un point donné mener une lig-ne paralelle EF. a la donné BC.



Tires la ligne AD. quelconque sur BC. Faites au point A un Angle DAF egal a BDA. Prolongles FA en E. et vous aures EF et BC paralelles puisque les Angles Alternes sont egaux. C. Q. F. F.

Proposition 32.

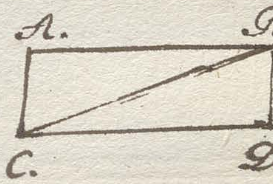
En tout Trian: l'un des côtés étant prolongé l'angle exterieur est egal aux deux opposes interieurs. 2. Les trois Angles de tout Trian: sont egaux a deux droits.



Aiant prolonge BC. en D. l'angle ACD. est egal aux Angles A. et B. ensemble. Tires CE pa-ralelle à AB. Donc les Angles ACE. et A. sont egaux. Demême l'angle DCE. exterieur est egal a l'Angle interieur oppose de même part B. Donc l'angle total ACD. est egal à A. plus B. Mais les trois angles ACB. plus ACE. plus ECD. valent deux dro-its. C. Q. F. D.

Proposition 33.

Les lignes AB. et CD. paralelles et egales sont ioíntes par des lignes AC. et BD. aussi egales et Paralelles.

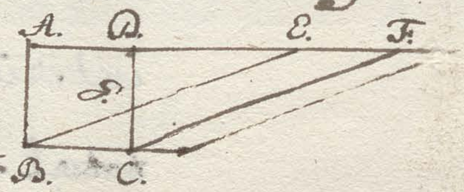


Tirés la ligne BC. Les deux Trian: sont egaux. AB a été donné egal a CD. BC. est comune et les Angles BCD. et CBA. sont egaux. AB. et CD.

etant donné Paralelles. Donc les lignes AC. et BD. sont egales. Deplus elles sont Paralelles puisque les Angles CBD. BCA alternes opposes sont egaux C. Q. F. D.

Proposition 35.

Les Parallellogrammes ABCD. et BCEF. sur même Baze et entre mêmes Para„ lelles sont égaux.

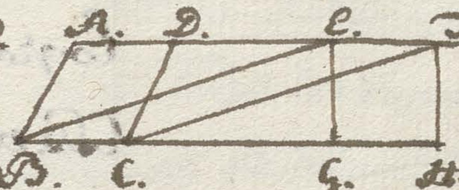


Les deux Triangles AEB. et DFC. sont egaux. AB egale a DC. côté opposé du même parallellogramme. AE. egale à DF. car AD. egale à BC. qui est egale a EF. Deplus l'angle A. est egale à l'Angle CDF. si donc a ses quantités egales je retranche. GED. triangle commune et que j'ajoute le Triangle BGC. j'aurois le paral„ lellogramme BD. egal au paral: CE. C. Q. F. D.

Proposition 36.

Les parallellogrammes sur Bazes ega„ les BC. et GH. et entre mêmes Parallel:

A.F. et B.H. sont egaux

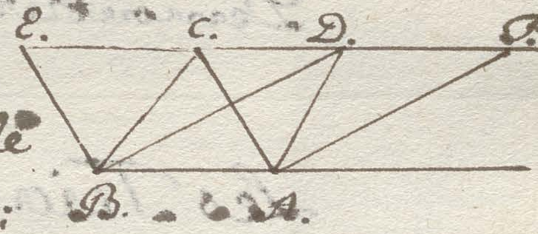


Tirés les les lignes. BE et C.F. pour avoir le Paralellogramme B.F. or les Paralellogr. B.D. et G.F. sont egaux a entr meme Paralell: B.F. qui est sur même Baze et entre memes Paralelles donc B.D. est egal a G.F. C. Q. F. D.

Proposition 37.

Les Triangles A.B.C. et A.B.D. sur même Baze B.A et entre mêmes Paralelles E.D et B.A sont egaux.

La Diagonale est une ligne tire d'un Angle a Son opposé dans un Paralellogramme.

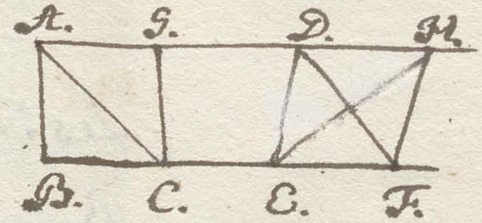


Tirés le B paralel a C.A. et F.A. paralelle a D.B. Les parallello: C.B. et D.A. sont egaux; ils sont sur même Baze B.A. et entre memes Paralelles E.F et B.A. Mais les Triangles données sont moitiers des Paralel:

logrammes coupes en deux par les Diagonales CB. et AD. C. Q. F. D.

Proposition 38.

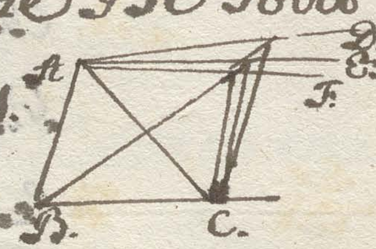
Les Triangles ABC. et DEF. sur Bazes egales BC. et EF. et entre mêmes Paralelles AH. et BF. sont egaux.



Menes CG. paralelle d'AB de même FH à DE. Les Paralellogrammes BG. et EH. sont sur bazes egales et entre mêmes Paralelles sont egaux donc les Triangles qui en sont les sont aussi egaux ce qu'il falloit Demontrer.

Proposition 39.

Les Triangles egaux ABC. et DBC. sur même Baze BC sont entre mêmes Paralelles AE. et BC.



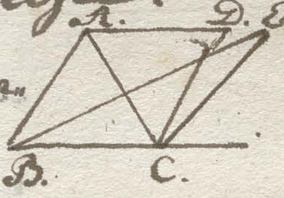
si cela n'est menés une Paralelle A.D ou A.F. qui pas-
sera ou audessus ou audessous de A.E. Tires les lignes
C.F. et C.D. et alors les Triangles B.E.C. et B.F.C. ou B.D.C
seroit egaux Ce qui est absurde. C. Q. F. D.

Proposition 40.

Nous disons de même des Triangles egaux sur Bazes egales, et la demonstration est la même.

Proposition 41.

Si un Paralellograme et un Trian- ont une même Baze et sont entre mêmes Paralelles, le Parallelograme est doubl du Triangle.

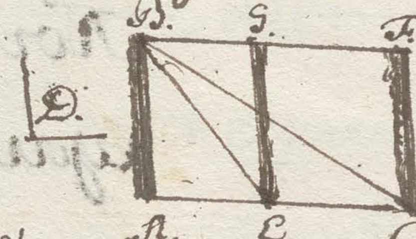


Tires la Diagonale A.C. Les Triangles B.A.C. et B.E.C. sont egaux ils sont sur même Baze et entre mêmes Paralelles. Mais le Triangle B.A.C. est moitie du Parallelograme. Ce que seroit aussi le Tri. B.C.E.

C. Q. F. D.

Proposition 42.

Faire un Parallelogramme egale a un Triangle donné ABC. aïant un Angle égal a l'Angle donne D.



Je partage la ligne AC en deux parties egales au point E. sur EC au point E. je fais l'angle CEG. egal a l'angle D. Je mene CF. paralelle a EG. Je tire BF. paralelle a AC. Le parallellogramme EF. est le paralel. demande.

Tires la ligne BE. le Triangle BCE. est la moitie du paralel. EF. sur même Baze et entre memes paralelleS. Mais BEC. Triangle est egal a BAE. Triangle donc le Triangle total ABC est egal au parallellogramme EF. demandé.

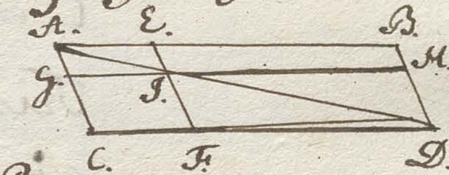
C. Q. F. F.

Proposition 43.

En tout Paralellograme les deux complemens sont egaux.

Les Complemens sont des Paralellogrames par lesquels la diagonale ne passe pas.

Les paralellogrames CI. et IB sont les complemens.



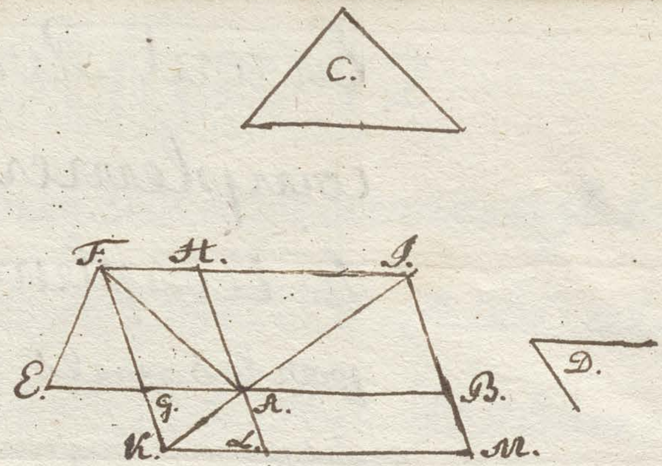
Les deux Triangles ADC et ADB moitie du parallello: CB sont egaux. De même les deux Triangles IDF. et IHD. De même AGI. et AEI. Si donc du Triangle ACD. Je retranche les deux petits Triangles AGI. et IFD. Et de même du Triangle ADB les Triangles AEI. et IHD. Il me reste les deux complemens CI. et IB. egaux.

C. Q. F. D.

Proposition 44.

Sur une ligne AB donnée, decrire un parallellograme egal a un Triangle donné C. aiant un Angle egal a l'angle donné D.

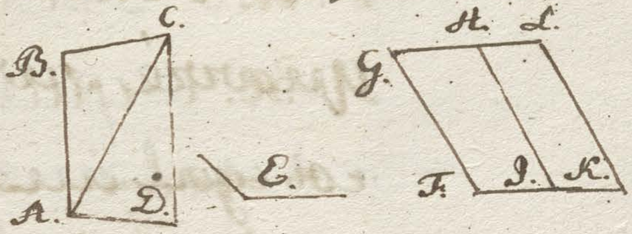
Prolonges BA en E afin d'avoir EA egale a un des cô- tes du Triangle C. et finisses le Triangle AEF



egal au Triangle C. construises par la penulti- eme proposition le paralellogramme GH egal au Triangle et aiant l'angle GAH egal a l'angle donne D. Prolonges FH en I. Faites IM paralelle à HL. Tires la diagonale IA jusqu'en K. prolonges FG jusqu'en K. Menes KM pa- ralelle à EB. Le paralellogramme LB est le paralellogramme demande, puisque il est egal a son complement GH fait egal au Triangle C. C. Q. F. F.

Proposition 45.

Faire un Paralellog: egal à une figure rectiligne ABCD donné aiant un Angle egal a un angle donne E.



Partages la Figu- re donne en Trian- gle en Tirant la ligne CA. Faites le paralellogra: FH. egal au Triangle ACD. et aiant l'angle F egal a l'Angle E. et sur la ligne EH. un paralellogramme IL. egal au Trian- gle ABC. aiant un Angle HIK. egal a l'angl E. Or le Paralellogramme FL. est le paralellogr. demande.

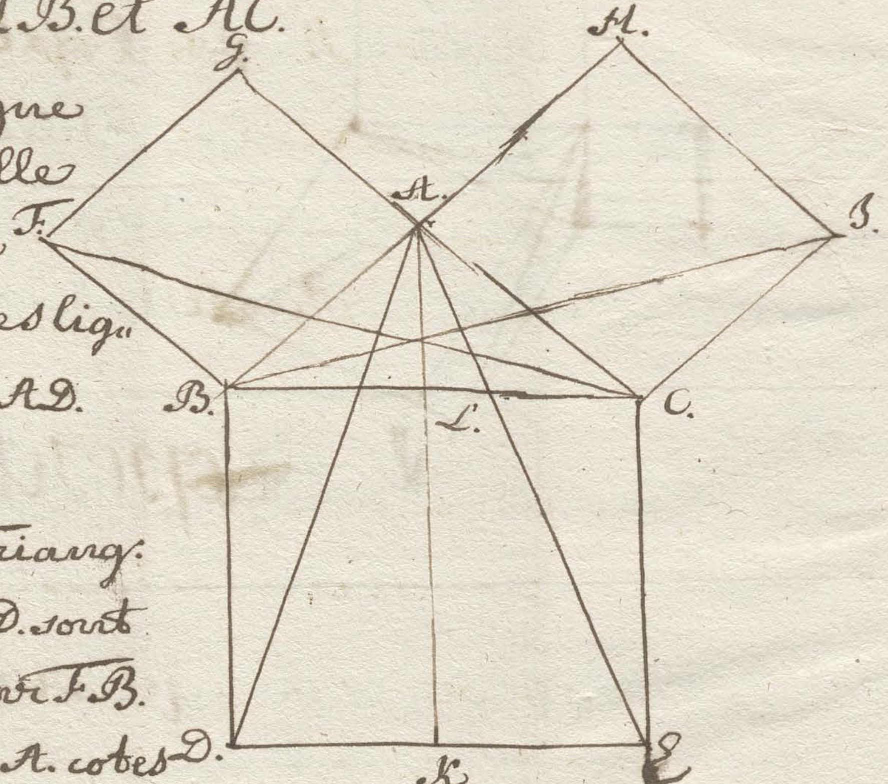
Proposition 46

Sur une ligne droite donnée AB. decrire un quarré.

Du point A mener la perpendiculai AC. egale a AB. Tirez CD. paralelle a AB et DB. paralelle a AC. et AD sera le quarré demandé.

Proposition 47.

Aux Triangles Rectangles ABC. le quarré sur BC. côté opposé a l'Angle droit BAC. est egal aux deux quarrets sur les deux autres côtées AB. et AC.

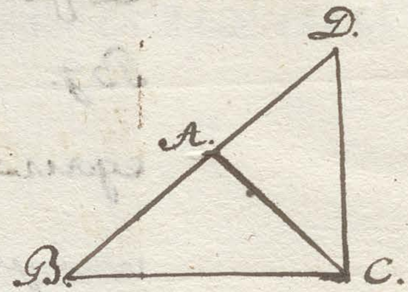


Tires la ligne AK paralelle a BD. ou a CE. Tires les lig- nes AE et AD. CF. et BI. Les deux Triang: FBC. ABD. sont egaux. Car FB. egale a BA. cotes du quarre BG. BC. egale a BD. coté du quar- re BE. et l'Angle FBC egal a l'Angle ABD etant l'un et autre composé d'un angle Dro- it FBA. et CBD. et de l'angle commun CBA. Mais le Tri: FBC est la moitie du quarre BG.

etant sur même Baze FB et entre mêmes paral:
FB. et GC. de même le Triangle ABD. est la moi„
tie du Parallelogramme BK etant sur même Baze
BD. et entre mêmes Paralelles BD. et AK. Donc
le parallellogramme DL. est egal au quarre
BG. Les Trian: ICB. et ACE sont aussi
egaux. IC. egale a CA. CB. egale a CE. côtés de mê„
mes quarres, chacun au sien; et les Angles
ICB. et ACE sont egaux. Car l'angle ICB est
composé d'un angle droit et de l'angle com„
mun ACB. et l'angle ACE. qui est composé
du même Angle commune et de l'angle droit
Donc les deux Triang: sont egaux. Mais
le Triangle ICB est moitie du quarre AI.
etant sur même Baze CI et entre mêmes
Paralelles CI. et HB. Par la même Raison
le Triangle ACE. est moitie du paralellogr:
CK. Donc le quarre CH. est egal au paralello:
CK. Donc les deux quarres CH. et BG. sont egaux
au quarre BE. C. Q. F. D.

Proposition. 42.

Si le quarré sur BC. d'un Trian„
gle ABC est egal au quarré des deux
autres cotes AB et AC. le Triangle
sera rectangle.



Sur AC au point
A je leve une per„
pendiculaire
AD. egal a BA. Je mene la ligne DC. Au
Triangle DAC. le quarre sur DC. est egal au
quarre sur AC plus au quarre sur AD.
Mais le quarre sur DA. est egal au quar„
re sur AB. Donc le quarre sur DC est egal
aux quarés sur AC et sur AB. Qui par la
prop: sont aussi egaux au quarrés sur BC.
qui parconsequent est egal a a DC donc les
deux Triangles sont egaux et l'angle
BAC. egal a l'angle droit DAC. C. Q. F. D.

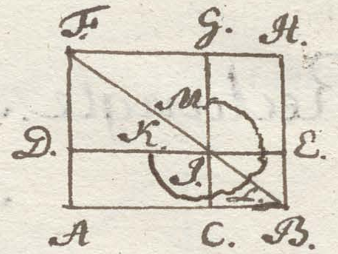
Fin du premier Livre.

Livre Second.

Definitions.

Rectangle. Parallellogramme est formé de quatre lignes formant des Angles droits.
Il suffit d'en connoitre deux lignes, puisque les lignes opposées sont égales: et on dit qu'il est compris de deux lignes droites Ainsi l'on dit le Rectangle de A. et de B. A. ——— B. ———
Le Rectangle compris de ces deux lignes: ~~Le~~ on l'appelle aussi le Rectangle de A. par B.
En Arithmétique le Rectangle est le produit de deux nombres multipliés l'un par l'autre: ainsi 21 est le Rectangle de 3 par 7.
Pour connoitre un quarré il suffit d'en connoitre un côté puisque ils sont tous égaux. Ainsi l'on dit le quarré de AB celui A. ——— B. qu'on imagine ou suppose decrit sur AB.
En Aritmetique le quarré est le produit d'un nombre par lui même ainsi 49. est le quarré de 7.

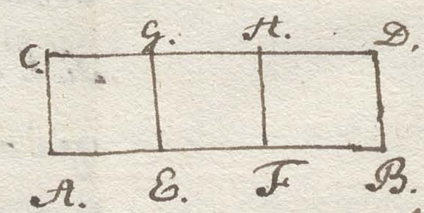
Gnomon ou Equerre. est formé des deux complemens du Parallellogramme avec l'un des Parallello,, grammes autour du diametre c'estadire dans lesquels la Diagonale passe Ainsi KLM. est le gnomon.



Proposition I.

On a les lignes AB. et AC. dont la premiere est coupée en tant de par,, ties qu'on voudra AE. EF. FB. je dis que le rectangle des deux toutes scavoir AD. est egal à tous les Rectan:: formes par la noncoupée AC. et de chacune des Partis de la coupée sc: AG. EH. et FD. ensemble.

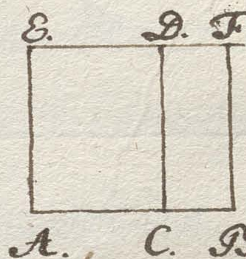
Tires les Perpendiculaires EG. et FH. et finises le Par: AD.



Ainsi j'ais 8. et 14. dont le Rectangle est 112. Je divise 14. en 3. 4. 2. 5. qui multiplies chacun par 8 donnent aussi 112.

Proposition 2.

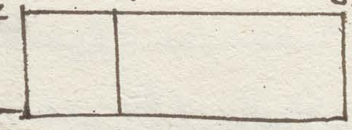
Si une ligne AB est coupée comme l'on voudra en C le quarré de la tout est egal aux Rectangles des Parties AC. et CB par la toute savoir AD et CF.



Tires la perpendiculaire CD et faites le quarré AF. et vous aurez les Rec.. tangles AD. et CF. qui formeront le quarré. Ainsi j'ai 16. dont le quarré est 256. Je divise 16 en 7. 5. 4. qui multipliés chacun par 16 vous donne 256.

Proposition 3.

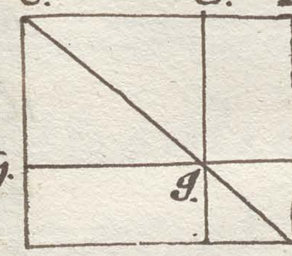
Si une ligne BA est coupé comme l'on voudra en C. le Rectan: de la toute par une des parties AC. est egal au quarré de cette partie AC plus au Rectan: des parties AC. et CB.



Faites le parallellogramme AE. sur AB. par AC. ou AD. son egale. Menés la perpendiculaire CF. et vous aurés le quarré AF. sur AC. et le rectan„gle CE. par CB. et CF. ou AC. son egal.

Proposition 4.

Si la ligne AB. est coupée comme l'on voudra en F. le quarré de la toute est egal aux quarrés de AF. et FB. les parties plus a deux rectang: des mêmes parties.



Elevés la perpendiculaire FE. et tirés la Diagonale CB. et la pa„rallelle GH. apres avoir formé le quarré AD.

Les Triangles ABC. et BDC. sont egaux et Isoscel: donc les Angles sur la Baze CB. valent chacun demi droit. De même les Tri: CGI. et CEI. sont egaux et Isoscel: donc GE. est le quarré sur AF. egale a GI. De même FH. est le quarré sur FB. AI. et son egal ID. sont les Recta: de AF. par FB. C.Q.F.D.

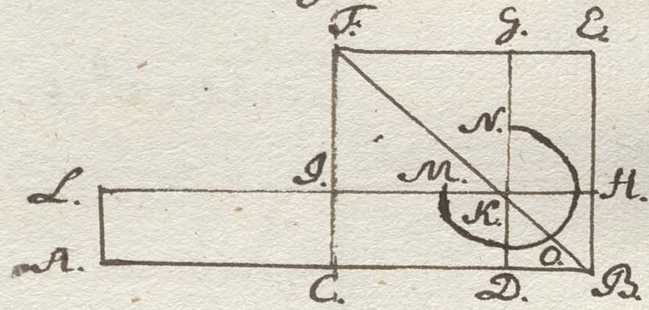
Corollaire.

Dans un quarré les parallellogrammes coupés par la diagonale sont les quarres des parties de la Baze du grant quarré, et les Suplemens sont les rectangles des parties.

Proposition 5.

Si une ligne AB est coupé en deux parties egales en C. et en deux inegales en D. Le quarre de la moitie savoir CE. est egal au quarre de la partie du milieu CD plus au Rectan: des parties inegales AD. par DB.

Apres avoir tiré la Diagonale les paralelles et les perpendiculaires

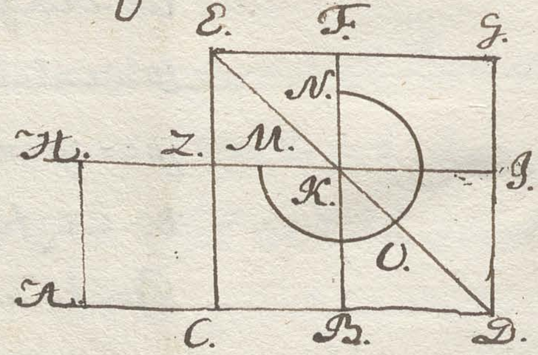


de la figure. GI est le quarre de CD et AK le Rectangle de AD par DB. et qui ensemble sont egaux au quarre de CE. Car GI quarre de CD forme deja une partie du grand quarre?

Reste le Gnomon MON. pour le Rectangle AK.
dont la partie CK fait aussi partie du Gnomon
ou son complement KE. qui lui est egal. Reste
donc les Rectan: AI et CH. egaux etant sur Ba„
ses egales AC. CB et entre memes paralelles
LH et AB. C. Q. F. D.

Proposition 6

Si une ligne droite AB est coupé egale„
ment en C et qu'on y aioute directement
BD. je dis que le quarre sur la moitie et l'
aioutée comme une sav: sur CD.
est égal au quarre de la moitie CB.
plus au Rectangle de la toute et de
l'aioutee comme une par l'aioutée
sav: de AD par DB.

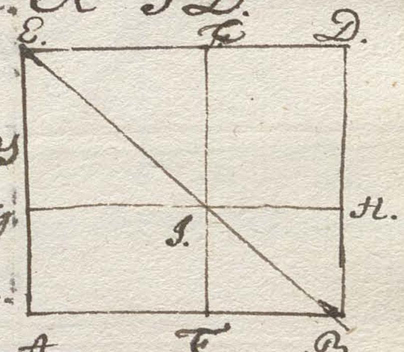


Apres avoir tiré les lig„
nes de la figure il faut
prouver que le quarre
CG. est egal au quarre EK. et au Rect: AI.
Le quarre EK. fait deja partie du grand quarre

Reste le gnomon. MON. qui doit etre egal. au Rectangle AI. Mais le Recta: CI est commun reste CH. qui doit etre egal a IF. Car CH. et CK. sur bazes egales AC. et CB. et entre mêmes Paral: sont egaux Mais CK est egal a son Comp. IF. qui est ainsi egal a CH. C. Q. F. D.

Proposition 7.

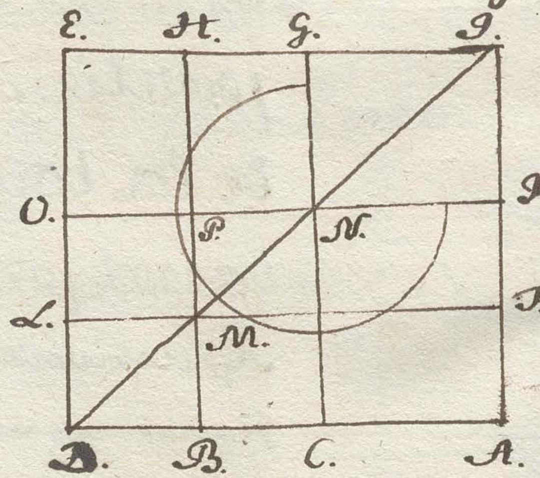
Si une ligne AB. est coupé comme l'on voudra en F. je dis que le quarre AD. de la toute plus le quarre de l'une des parties FB. sav: FH. sont egaux au quarre de AF l'autre partie savoir IE. plus deux Rect. de la toute par la partie premierement prise. Savoir AH: et FD.



Apres avoir tiré les lignes de la figure on voit que les deux quarres AD. et FH. sont les quarres de la toute AB. et d'une des parties FB. Et qu'ils sont egaux a GC. quarre de AF l'autre partie plus a deux Rectangles egaux AH. et FD. formés par la toute et par la partie premierement prise. C. Q. F. D.

Proposition. 8.

Si une ligne AB est coupé comme on voudra en C. le quarre de la toute et d'une partie savoir AD. Aiant été faite BD. egale a CB. ce quarre AD dis je est egal au quarre de l'autre AC sav: GK. a quatres Rectangles de la ligne donné AB. par CB ou BD son egale.

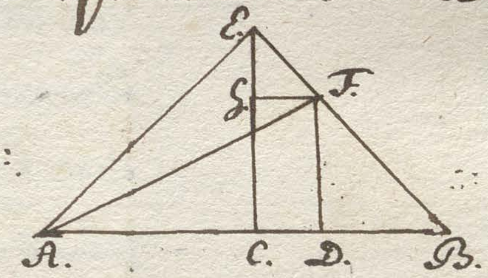


Après avoir tiré les lignes de la Figure on voit que le quarre DI. formé de la toute AB et de DB egale a BC. est egal au quarré de l'autre partie AC savoir GK. plus a quatres Rectangles formés par la donné

AB. et la partie BC. premierement prise sou:
1. BF. formé par BA. et BM. ou BC. son egale.
2. MK. formé par MF. egale a BA. et par MP. egale a BC.
3. HL. est egal a BF dont il est le complement.
4. NK est egal a PG. son complement. Mais le quarré NM. est egal au quarré LB. Donc le quarre LB. plus le Rectan: PG. est egal au Rect: MK. C. Q. F. D.

Proposition 9.

Si une ligne AB. est coupée également en C. et inégalement en D. Les quarres des parties inegales AD. et DB. sont egaux a deux quarrés de AC moitié de AB. plus a deux quarres de CD. partie du milieu.



Au point C. menez une perp: CE. egale a AC ou a CB je tire les lignes AE. et EB je mene la perp: DF et FG. para: a CD. je tire la ligne FA.

Le triangle ACE est Isocel et rectang: au point C aussi bien que le triangle ECB. Donc les Angles AEC. et CEB. et B. valent demi ~~droit~~ donc l'ang: AEB vaut un droit le triangle GEF est aussi rectangle au point G. et Isocel: parceque l'angle FEG. vaut demi droit GFE lui sera egal donc GE est egale a GF. egale a CD. Demême le Triangle FBD est Isos. et rectangle au point D. l'angle B. valant demi droit BFD. lui sera egal donc FD est egale a DB.

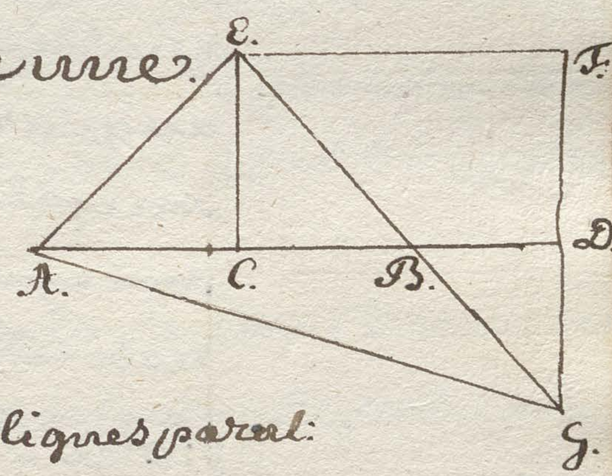
Dans le Tri: Rect: AEC le quarré hypote: AE est egal aux quarrés sur AC. et sur CE. Mais AC. et CE. aiant été faites egales le quarré sur AE. est egal a deux quarrés de AC.

Demême le quarré sur EF. est egal a deux quarres de GF. ou CD son egal.

Demême dans le triangle AFE. le quarré sur l'hypot: AF. est egal au quarré sur AE. plus au quarré sur EF. ou a deux quarrés de AC plus à deux quarrés de CD. Mais dans le Triangle AFD. rectangle au point D. le même quarre sur AF est egal aux deux quarres sur AD. et DF ou DB son egale. Donc le quarre de AD plus le quarre sur DB sont egaux a deux quarres sur AC plus a deux quarres sur CD. C. Q. F. D.

Proposition 10.

Si une ligne AB est coupé egalement en C. et qu'on y aioute directement BD. le quarre sur AD la toute et l'aioutée comme une plus le quarre sur BD. l'aioutée sont egaux a deux quarres de AC. moitié de la donnée plus a deux quarres de CD moitié de la donnee et de l'aiouté comme une.



Au point C. eleves une perpendicul: CE. egale a AC. Tires les lignes AE. EB. prolongée en G. tires les lignes paral: EF. et FG. tires la ligne AG.

L'angle AEG. est droit chacune des parties valant demi droit. L'angle GEF. vaut donc demi droit, dans le triangle Rectangle EFG. qui est par cons: Isosc: les Côtés EF. et FG. sont egaux entre eux et a CD. côtés opposés du paral: CF. Je dy de même du triangle Isoscele BDG.
Dans le Trian; AEC. Rect: le quarré sur AE. est egal a deux quarres sur AC. Demême le trian„gle EFG. est Isosc: et Rect: au point F. donc le quarre sur EG. est egal a deux quarres de EF ou CD. son egal. Demême dans le Triangle AEG. le quarré sur AG. est égal au quarré sur EG. plus au quarré de EA. Mais le quarre sur EA est egal a deux quarres de AC. et celui de EG. a deux quarres de CD. Donc AG. le quarré est egal a deux quarres de AC. plus a deux quarres de CD. mais le même quarré AG. dans le Triangle rect. ADG. est égal au quarre de AD. plus au quarre de DG. ou de BD son egal. Donc le quar. AD. plus le quarre BD. sont egaux a deux quarres de plus a deux quar„rés de CD. C. Q. F. D.

Scholie. Proposition 3. en Aritmetique.

8 multiplié par 3. est egal a 9 qurré de 3. plus 15. produit de 3 par 5 les parties de 8.

Prop. 4. Aritmetiquement. 64. quarre de 8. est egal aux quarres des parties 5 et 3 plus a deux fois le produit de 5. par 3.

Prop. 5. 64. quarré de 8. poitie de 16. est egal au produit de 11. par 5. parties inegales de 16. plus le quarre de 3. l'excès de la grande partie sur la moitie.

Prop. 6. 64. quar de la moitie de 4. plus de 6. c'est a dire 8. est egal au produit de 6 par 10. plus le quarre de 2.

Prop. 7. 36. qurré de 6. plus 4. quarre de 2. l'une des parties sont egaux a 16. quarre de l'autre partie plus a 24. deux fois le produit de 2 par 6.

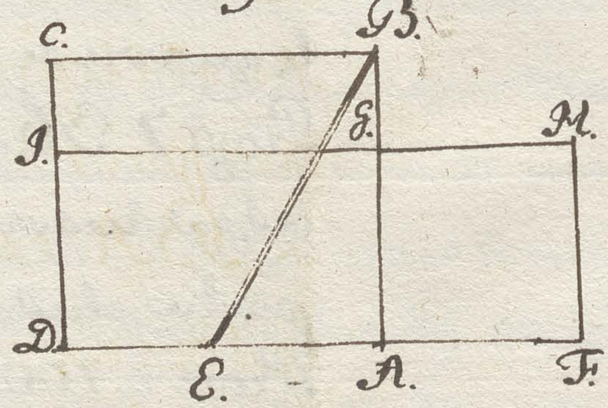
Prop. 8. 100. quarré de 6. plus 2 plus 2 ensem-ble, est egal à 36. quarré de 6. plus 64. quatre fois le produit de 2. par 8.

Prop. 9. 32 deu quarres de 4. plus 16 deux fois le quarre de la differance de la grande partie a la moitie sont egaux a 49 plus 1. quarres des parties inegales

Prop. 10. Le quarré de 7. l'toute savoir 49 plus 9 quarre de 3. sont egaux a 8 deux fois le quarre de 2 la moitie plus 50 deux fois le quarre de la moitie et de l'aiouté 3.

Proposition 11.

Couper une ligne AB. de manie..re que le Rect: de AB par une des parties GB. soit égal au quarré de l'autre partie AG.



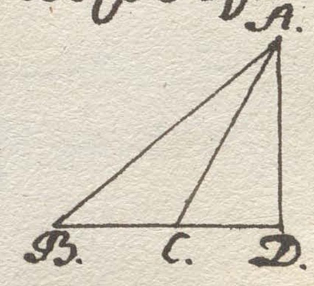
Je fais sur AB. le quarre AC. Je par..tage et D. egaleme..nt en E. je joigns les points. B et E. je prolongue EA. en F. égale a EB. Sur AF je fais le quarré AH. la ligne AB. est coupée en G. comme il a été requis le quarré sur EF ou sur BE son égale est égal par la propo: 6. au quarré sur EA. plus au Rectang: de DF. par AF. ou FH. savoir DH.

Mais le même quarré sur EB. est égal aux deux quarrés sur EA. et AB. Otant le quarré EA. commune reste le Rectangle DH égal au quarré sur AB savoir AC. Mais si de part et d'autre côte le Rec: DG. les restes sav: le quarré AH. sur la partie AG. et le Rect: CG. sur GB égale à BA par l'autre partie BG sont égaux C. Q. F. F.

Proposition 12.

Dans les Trian: Optusangles ou Amblygônes ABC. l'angle optus au point C. le quarré du côté opposé BA. est egal aux quarres sur les deux autres côtés BC. et AC. plus deux Rectangles formes par BC. et CD prolongement de BC. que vient rencontrer. la perp: AD.

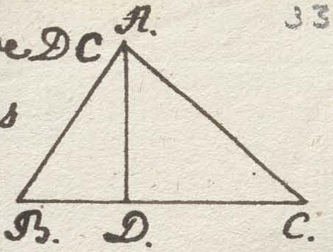
Le Trian: ABD. est Rectangle au pint D. donc le quarre sur



AB est egal au quarré de BD. plus au quarré AD mais le quarré de BD. est egal aux deux quarrés de BC. et de CD. plus aux deux Rectan: gles de BC. par CD. Donc le quarré BA est egal aux deux rectan: de BC. par CD. plus au quarré de BC. plus au quarré de CD. plus a celui de DA. Mais ces dernieres quarrés CD. et DA. sont egaux au quarré CA. Donc le quarré sur BA. est egal au quarré sur BC plus au quarré de CA. plus aux deux Rectan: de BC par CD. C. Q. F. D.

Proposition 13.

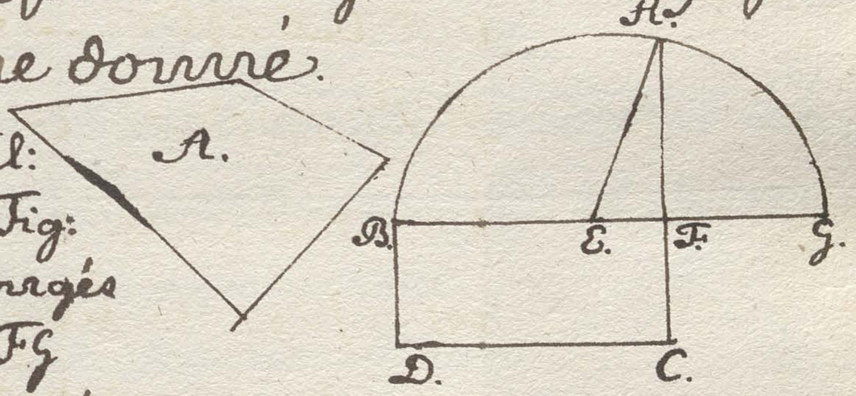
Dans les Triangles acutangles ou oxigones ABC. le quarré sur AB. opposé a l'angle aigus C. plus deux Rectang: de BC. l'un des côtés qui forme l'angle aigus et sur lequel tombe la perpan: AD. par CD. entre la perpen: et le point C. sont egaux aux deux quarrés de BC. et de AC.



Par la proposition 7. le quarré de DC et BC. sont egal au quarré de BD plus a deux Rectangles de BC par DC. Mais si a ces quantités egales on aioute le quarre DA. j'aurois les trois quarres de BC. de DC. et de DA egales ou a deux Rect: de BC par DC. plus a deux quarres de DA et de BD: Mais les quarres sur DA et DC sont egaux aux quarres sur AC. De même les quarres sur BD et DA son egaux au quarré de AB. Donc en substituant le quarre sur AB. plus deux Rectangles de BC par DC. sont egaux aux quares de BC. et AC. C. Q. F. D.

Proposition 14.

Faire un quarre egal a une figure Rectiligne donné.



Faites le paral: DF. egal a la Fig: donné. prolongés BF. faisant FG egale à FC. coupés egalement BG en E. qui seroit centre du Circle BHG prolongés CF. en H. et FH sera la ligne

demandée. tires la ligne EH.
Par la prop: 5. le quarré sur EG ou EH. son egale est egal au Rect: de BF. par FG ou FC. son egale savoir DF. plus le quarré sur EF. Mais le même quarré sur HE. est egal au quarré de EF. plus de FH. qui sont ainsi egaux au Rectang: DF. plus au quarré sur EF. si donc on ôte de part et d'autre le quarré EF. il reste le Rectang: DF. qui est egal au quarré sur FH. C. Q. F. F.

Fin du second Livre

Livre Troisieme

Definitions

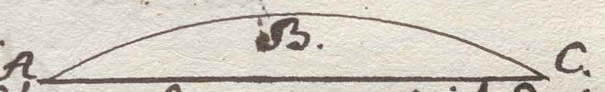
Les Cercles egaux ont les diametres egaux ou les Raions egaux.

Une Tangente touche le Cercle sans le couper.

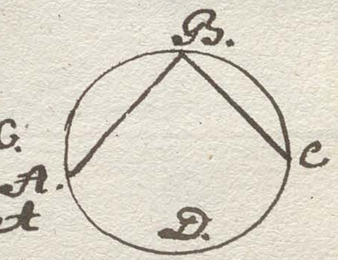
Les Cercles se touchent soit en dedans soit en dehors si en se touchant elles ne se touchent pas

L'equidistance du centre se mesure par des perpendicu-laires tires du centre sur ces lignes.

Setion des Cercles est comprise d'une ligne droite et de la circonferance du cercle. On l'appelle aussi seg-ment. comme ABC.



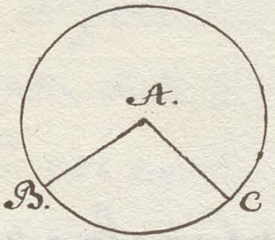
L'angle dans le Segment est l'angle compris des deux lignes qui sont sur la perifferi et se reu-nissant dans elles. ainsi ABC et l'angle dans le Segment ABC.



L'angle sur la periferie est l'angle dont les lignes sont apuiees sur une portion du Cercle. Ainsi ABC est l'angle sur la periferie ADC.

Secteur de Cercle est compris des deux lignes faisant Angle au Centre et d'une portion de Cercle embrasée par ces lignes. comme A.B.C.

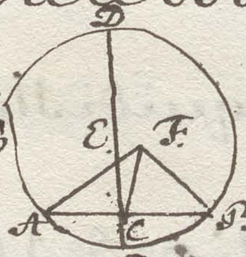
Segmens semblaples recoivent des Angles egaux.



Proposition 1.

Trouver le Centre d'un Cercle donné

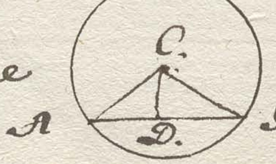
Les Trian: ACF. et CFD. sont egaux. AF et FD sont égales: de même AC et CB DCF est commune: donc les Angles DCF et ACF sont egaux et droits ce qui est absurde puisque l'angle DCB. a été fait droit C. Q. F. D.



Proposition 2.

Si en la Circonferance d'un circle on prend deux poins quelconques la ligne AB qui les ioindra sera toute dans le Cercle.

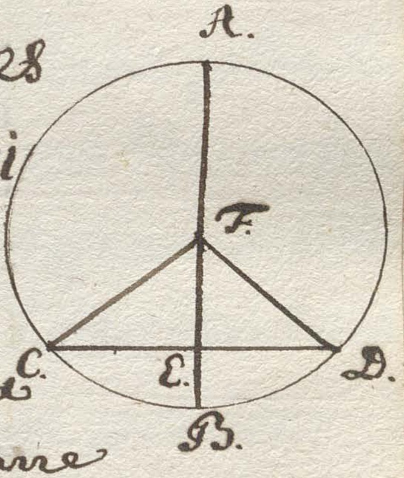
Tires les Raions AC et CB et la ligne



CD sur AB. Le Triangle ACB est Isosc: donc les Angles A et B sont egaux. Mais l'angle BDC. exter. est plus grand que l'angle A son exter: opposé et par consequent plus grand que l'angle B. Visavis du grand Angle CDB est le grand coté CB. et visavis du petit Angle B. est le petit côté CB. donc le point D. est dans le cerc. C. Q. F. D.

Proposition 3

Si dans le Cercle le Diametre AB. coupe egalement CD elles formeront des Angles droits au point E et, s'il la coupe à angles droits il la coupra aussi egalement.



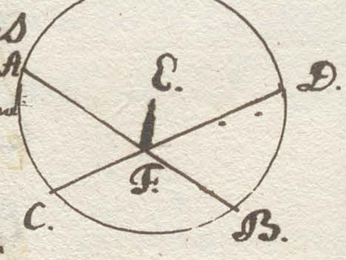
Tires les Raions FC. et FD. Les Triang: FCE et FED sont egaux car CF. et FD sont egales de même ED et CE FE est commune donc les Angles au point E sont egaux et droits. C. Q. F. D.

2° Si les angles sont droits au point E CD partage egalement. les deux mêmes Trian: etant ancor egaux ils ont deux côtés egaux à deux côtés A un Angle droit Donc CE est egal a ED.C. Q. F. D.

Proposition 4

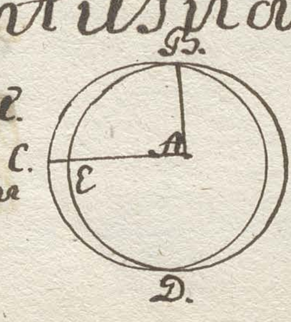
Si dans le Cercle deux lignes AB et CD ne passant point par le Centre s'entrecoupent, elles ne se couperont pas toutes deux en parties égales.

Aiant mené du Centre la ligne EF. si F. etoit le milieu des lignes AB. et CD. elle formeroit sur l'une et sur l'autre en même tems des angles droits, ce qui est ab.. surde.



Proposition 5

Si deux Cercles se coupent ils n'au.. ront pas le même Centre.

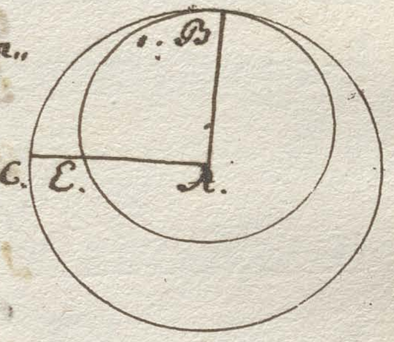


Si cela étoit soit A le centre commun

Aprés avoir tiré les lignes A.B. et AC. il s'en sui-
veroit que A.B. seroit en meme tems égale à CA
et à AE. ce qui est Absurde

Proposition 6.

Si deux Cercles se touchent en dedans
ils n'auront pas même Centre.

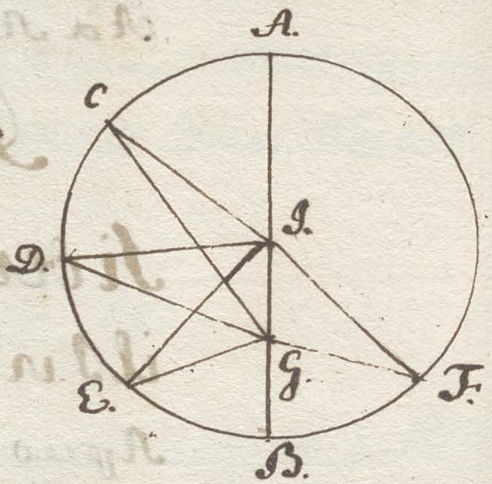


Apres avoir tirés les lignes com-
me dans la précédante, faites
le même proportionement.

Proposition 7.

Si au Diamètre A.B. on prend un
point G qui ne soit pas le centre,
et que de ce point G on mène plusie-
urs lignes 1°. La plus grande passera
par le Centre. 2°. La plus ~~grande~~
petite celle qui reste. 3°. des autres
La plus proche de celle qui passe
par le centre est plus grande que
la plus éloignée. 4°. On ne peut mener

de ce point G. plus de deux lignes egales.



Après avoir tiré les lignes de la figure j'eprouve 1.° que AG. est plus plus grande que CG. puisque CI plus IG. egales à AG. sont plus grandes que CG.

2.° BG est plus petit que EG. car IG plus EG est plus grand IE. ou IB. son egal si donc a ses quantites inegales j'ôte IG. il restera EG plus grand que GB.

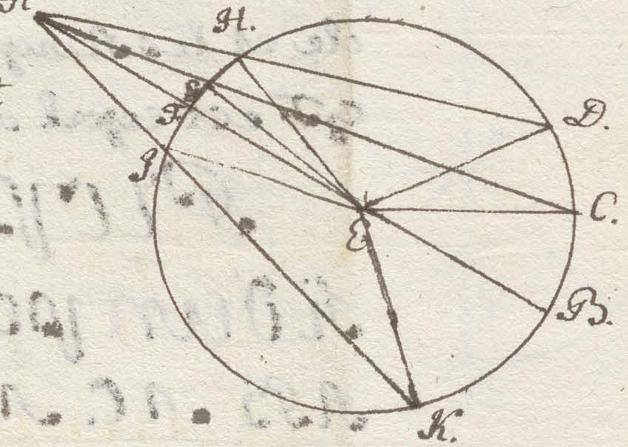
3.° CG. est plus grand que DG. et DG plus grand que EG. Car CIG. et DIG. ont deux côtés egaux a deux cotes chacun au sien sav: IG. commun CI. et ID rayons. Mais l'angle CIG. est plus grand que l'angle GID. Donc CG est plus grand que DG. Par le même raisonnement DG. est plus grand que EG.

4.° Au point I. sur IG. je fais l'angle GIF.

egal a l'angle GIE. et je tire la ligne GF. Les Triangles EIG et FIG. sont egaux IG est commun IF. et IE. reions du meme Cir.. cle et les Angles GIF GIE. sont egaux donc GF est egal a GE. C. Q. F. D.

Proposition V.

Si d'un point A hors du Cercle AB. AC. AD. sont menées dans la circonferance 1° la ligne AB. qui passe par le Centre est plus grande que AC ou AD 2° la plus grande ensuite est AC la plus proche de AB. 3° la plus petite de celles qui tombent sur la periferie convexe est AF qui prolongée passe par le centre. 4° la plus eloignée AH. est aussi la plus grande 5° on ne peut mener que deux lig.. nes egales soit dans la periferie convexe soit dans la pheripherie concave



1° AB est plus grand que AC. Car les côtés AE et EC. sont plus grand que AC. Mais AB est egal a AE plus EC.

2°. AC est plus grand que AD faites le même raisonnement que dans le tertio de la prop: precedente.

3°. AF est plus petit que AG. AG plus GE. est plus grand que AE mais GE et FE sont raions donc AF est plus petit. que AG

4°. Dans le Triangle AEH on a leve deux ligne AG. et GE. donc par la 21. prop: AG plus GE est plus petites que AH plus HE. Mais GE. HE sont raions donc AG. est plus petit que AH.

5°. Au point E sur AE tirés la ligne ~~AE~~ EI. formant un Angle IEK: egal a HEA tirés les lignes IE et KE. Les Tria: IEA et AEH. sont égaux AE est commun HE. IE sont raions et ils renferment des Angles egaux donc AI est egal a AH. Enfin prolongés AI en K. les deux Tri: Isoc: IEK. HED. sont egaux Car les quatres côtés sont raions et les Angles EIK et DHI res des deux droits sont egaux, aussi bien que les Angles. K. et D. donc IK. est egal a HD. donc AK est egal a AD.

C. Q. F. D.

Proposition 9

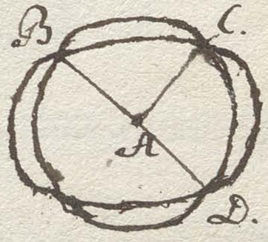
Si d'un point dans un Cercle tombent trois lignes egales, ce point est le centre.

Par la propos: 7. on ne peut mener dans un Cercle d'un point hors du centre que deux lignes egales.

Proposition 10

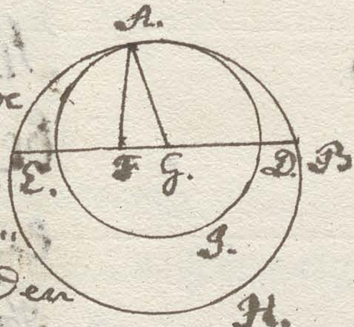
Deux Cercles ne se coupent pas en plus de deux poins.

Aiant trouvé le centre d'un des Cercles. Attires les trois lignes qui seront en meme tems raions des deux Cercles Ce qui est absurde



Proposition. 11

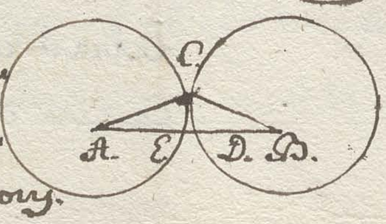
Si deux Cercles A.B.H.C. et A.D.I.E. endedans se touchent et qu'on joigne les Centres par une ligne droite, étant prolongée elle tombera au point d'atouchement A.



Si la ligne qui joint les deux centres étant prolongée tombe ailleur qu'en A soit en C. et B. le Centre du Cercle interieur en F. et celui du grand en G. Tires les lignes A.F. et A.G. A.F. ou E.F. son egale plus F.G. sont plus grandes que G.E. ou G.C son egale ce qui est absurde.

Proposition. 12.

Si deux cercles se touchent en dehors la ligne qui joindra les deux Centres passera par l'atouchement.

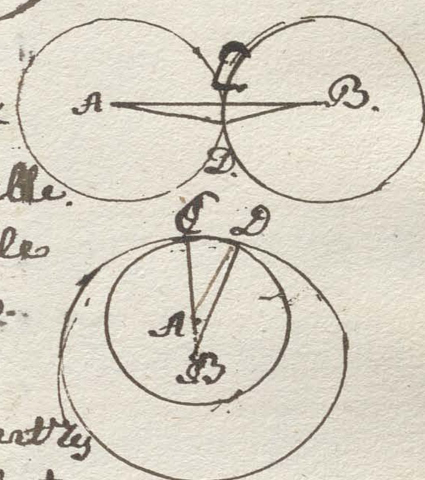


Autrement joignes les centres par la ligne A.B. du point d'atouchement C. tires les lignes A.C. et C.B. Raison.

qui reunies sont plus grandes que A B qui outre deux raïons A E et D B a encore E D. Ce qui est absurde.

Proposition 13

Les Cercles ne se touchent qu'en un seul point



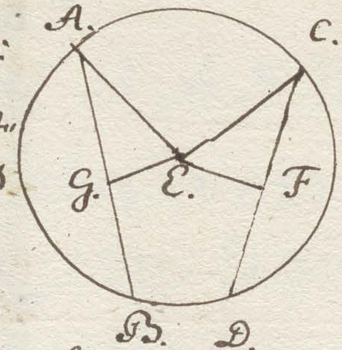
En dehors. Tirés B D et A B C aux points d'atouchement, s'il est possible. de même A C et A D. donc la totale A B. seroit égale à A D. plus D B. ce qui est absurde..

En dedans. B et A étant les centres la ligne B C. tombra au point d'atou=chement C. si l'on dit que les Cercles se touchent aussi au point D. tirés les lignes B D. et D A. Les lignes A D et A C raïons sont égales, de même C D. et D B. mais D A. plus A B égales à C B sont plus grandes que D B. ce qui est absurde.

Proposition 14

Dans un Cercle les lignes ega=les A B et C D. sont equidistan=tes du centre 2° Les equidist.

sont egales.



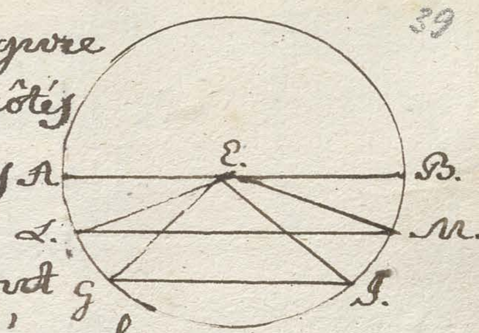
Tires les lignes EG. et EF, perp: sur AB et CD. qui seront partagés en deux parties egales menés les Raions EA et EC. Les Triangles AGE. et FCE. sont egaux AG. et AE. sont egales a CF. et CE. et les Angles AGE. et CFE. sont droits. Donc GE est egal a EF.

2° Si GE et EF. sont egalement distantes du Centre E. AB et CD seront aussi egales, puisque les deux Tri: GEA et CEF. sont egaux aiant un Angle droit et les côtés EF. et CE egaux a GE. et AE. Donc GA. moitie de AB est egal a CF. moitie de CD. C. Q. F. D.

Proposition V5.

Dans le Cercle la plus grande ligne est AB qui passe par le Centre et LM plus proche est plus grande que GI plus eloignée

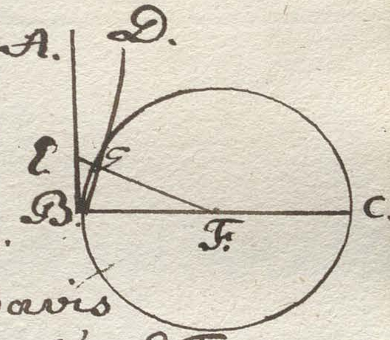
Aiant tiré les lignes de la figure
Dans le Triangle L E M. les côtés
L E. et E M car A B sont plus
grands que L M.



Les Triangles L E M. et G E I. ont
pour côtés 4. Raions mais l'angle
L E M est plus grand que G E I. Donc G I est plus
petit que L M. C. Q. F. D.

Proposition 16.

La perpendiculaire A B. au dia..
metre B C. tombe toute hors du
Cercle et l'on ne peut entre la
perpend: et la périphérie tirer
une autre ligne.

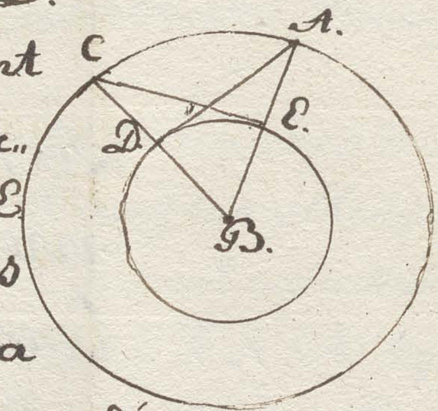


Si elle tomboit dans le Cercle
au point E quelconque; tirés
F E. Le Triangle F E B. est rec..
tangle au point B. donc visavis
de cet angle cherchés le grand coté E F. et visa..
vis de l'angle au point E. cherchés le petit
coté B F. donc le point E. est hors du Cercle.
2° L'on ne peut entre la perpen: et la periferie

mener une autre ligne, qui ne coupe pas le cercle. Soit la ligne BD. par la même raison FG. n'est pas si grande que BF: FG a été faite Perp: sur BD. C. Q. F. D.

Proposition 17.

Du point A. mener une tangente AD. au Cercle BED.

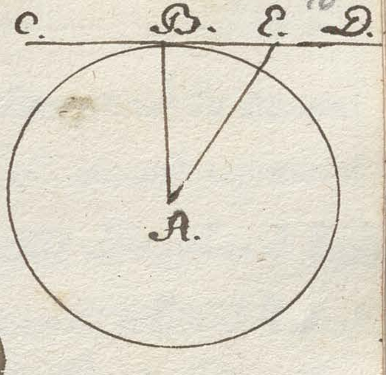


Tires la ligne AB du point B. et de l'interval BA. decrives un Cercle. Au point E. eleves une perp: EC. joignes les poins C. et B. D. et A la ligne DA est la ligne demandé.

Les Triangles CBE et ADB. sont egaux. Les cotes CB et AB sont egaux. de meme DB et BE. et l'angle B. est commun. Donc l'angle BDA est egal a l'angle BEC. droit. C. Q. F. F.

Proposition 18.

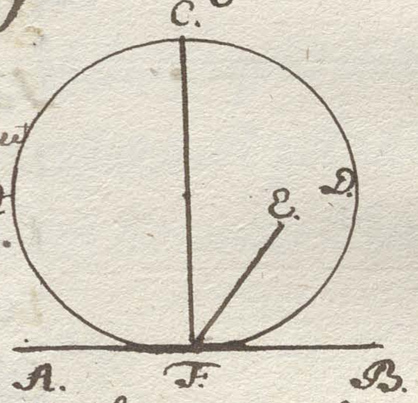
Si une ligne touche le Cercle la ligne menee du Centre de la touchement. AB. sera perpen:



Si AB n'est pas perpendi: faites AE. perpen: Donc AB. seroit plus grande que AE. qui sorte du Cercle, et AB est raion. C. Q. F. D.

Proposition 19

Si au point d'attouchement on eleve une perpen: elle passera par le Centre.

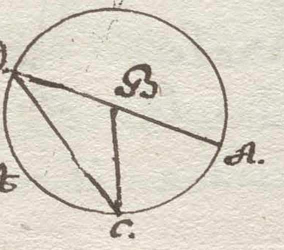


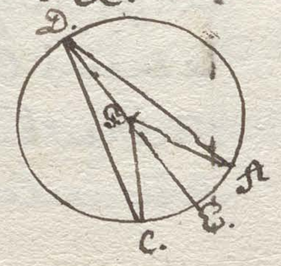
FC etant elevé perpan: au point F. le Centre sera en FC. Si l'on dit que le Centre est en E. Tirés la ligne FE. qui par la prop. pres: formera un Angle droit ce qui est absurde car CF. a été fait perpan:

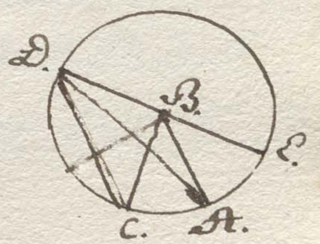
Poposition 20.

L'angle au Centre CBA. est double de l'angle CDA a la periferie s'ils sont sur meme Arc. CA.

Prem: cas les lignes BA et DA coincident







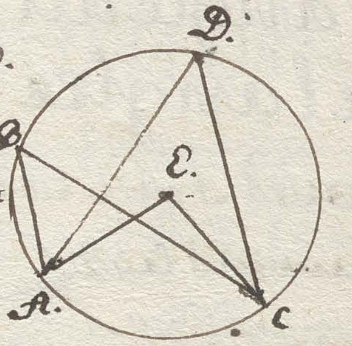
Le Triangle DBC est Isoc: donc les Angles D et C sont egaux. Mais l'angle CBA est exter: donc il vaut deux angles D.

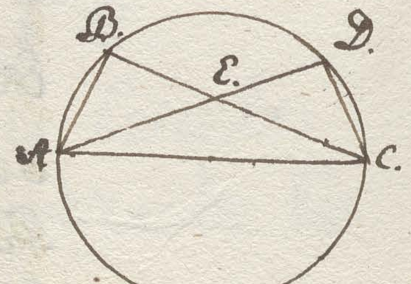
2° cas. Les lignes CD et DA enferment CB et BA. Par le même raisonnement l'angle EBA est double de EDA. Comme aussi CBE. est double de l'angle BDC. Donc l'angle total D est la moitie de l'angle CBA.

3° cas. Les cotes se coupent. Tires a ligne DE. L'angle CBE est exterieur au Triang: Isoc: DBC. il vaut donc le double de l'angle total D. Par la même Raison l'angle ABE. est double de EDA. donc le reste CBA est double du reste CDA. C. Q. F. D.

Proposition 21.

Dans le cercle les Angles ABC. ADC. dans le même segment sont egaux.





1° cas. Le segment est plus grand que le demi Cercle.

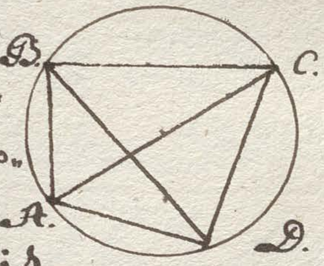
Faites l'angle AEC au Centre: il sera double des Angles B et D.

qui par consequent sont egaux.

2° cor. Le segment ABDC. n'excede pas le demi cercle. Les Triangles ABE. et DEC. ~~sont egaux~~ ont les angles au point E. egaux. De plus les angles DAB. et DCB sont egaux etant sur même Arc BD. Donc les Angles B et D restans sont egaux. C. Q. F. D.

Proposition 22

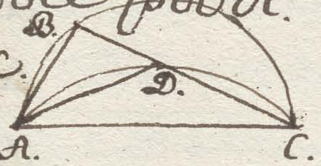
Les Quadrilataires inscripts au Cercle ont les Angles oposees A plus C. et B plus D. egaux a deux droits.



Tires les lignes BD. et CA. les angles totales B. et D. valent deux droits. Car les trois Angles du Triang. ADC. valent deux droits mais l'angle total D. est egal a lui même et le reste de deux droits sav: DAC. DCA. sont egaux a l'angle B. sav: DAC. et DBC. sur le même Arc CD. et ABD. a DCA. sur le même arc AD. Par le même raisonnement on prouvera que les deux Angles ABD et ADB. sont egaux a l'angle total C. C. Q. F. D.

Proposition 23

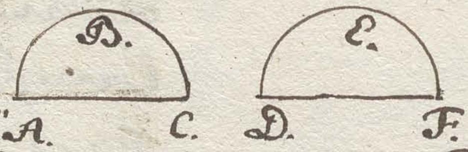
Deux segmens semblables et inegaux de cercles ne se mettront pas sur même ligne et de même part.



Soient les deux segmans ABC. et ADC. ils s'entrecouperont seulement aux points A. et C. Ainsi un des segmens aura sa circonferance hors de l'autre. Ayant donc mené les lignes CB. A AD. A AB. l'angle ADC. seroit egal a l'angle ABC. suivant la definition des segmens semblables. Ce qui est absurde, puisque l'angle ADC. est exterieur par raport a l'angle B.

Proposition 24

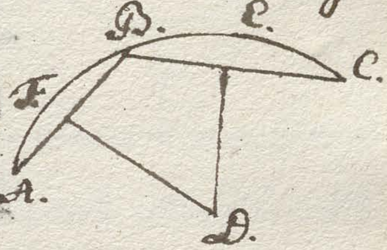
Les segmans semblables de cercle constitues sur lignes egales AC DF. sont egaux.



En transportant le segment ABC. sur DEF. les poins A. et D. C. et F. coincideront donc par la prop. prec. les segmans coincideront aussi et seront egaux. C. Q. F. D.

Proposition 25

Le segment d'un Cercle ABC. etant donné decrir le Cercle dont il est segment.



Prenes le point B quelconque. Tires les lignes AB et BC. que vous partagerés aux points E. et F. doù vous eleves des perpen. ED. et FD. au point de reunion est le centre par la prop. 1 du 3 liv: C. Q. F. F.

Proposition 26.

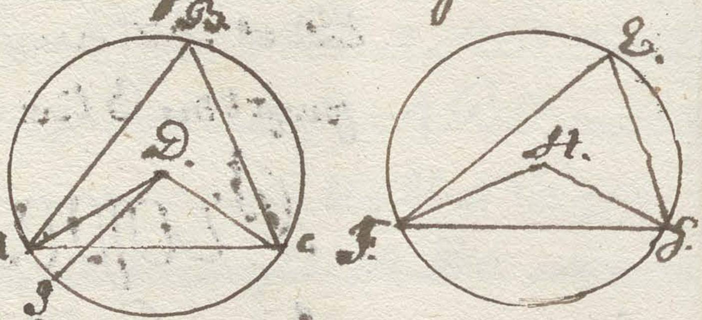
Aux Cercles egaux ABC. et FEG. les angles egaux soit au Centre D et H. soit a la pheri: ABC. et FEG. s'appuient sur Circonferances egales.

Les Triang: ADC. et FHG. sont egaux AD et DC sont egales a FH et HG raions des cercles egaux et les Angles D. et H. sont donnes egaux donc AC est egal FG. donc

le segment AC. est egal au segment FG. et ABC
le reste egal a FEG. le reste C. 2. F. D.

Proposition 27

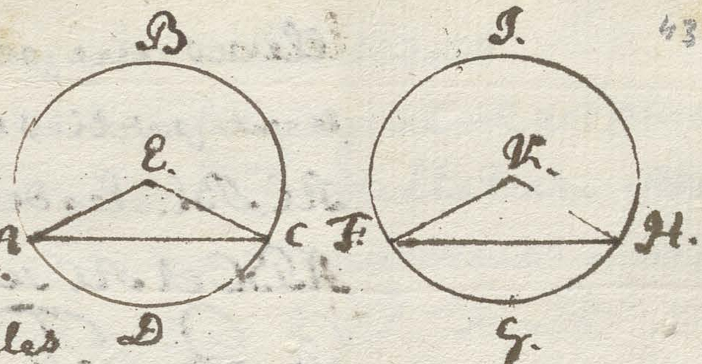
Aux cercles egaux ABC. et FEG.
les angles ADC. et FHG. ABC et
FEG. qui s'appuient sur circonferen-
ces egales AC. et FG. sont egaux.



Si l'on dit que l'
angle ADC. est
plus grand que l'
angle FHG. prenez
IDC. qui lui soit egal.
alors par la proposit: prece: le segment IC. seroit
egal a FG. suppose egal a AC donc IC seroit egal
a AC. ce qui est absurde.

Proposition 28.

Aux cercles egaux ABCD
et FGHI. les lignes egales AC. et
FH. prennent des segmens egaux
ADC. et FGH. ABC. et FIH.



Apres avoir tire
les raioles AE.
EC. FK. KH.
Ils seront egaux.
et audraions de cercles
egaux. AC. est donné egal a FH. donc l'angle E.
est egal a l'angle K. donc le segment ADC est
egal a FGH. &c. C. Q. F. D.

Proposition 29.

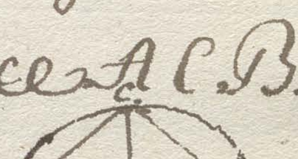
Aux Cercles egaux ABCD. et FGHI.
les segmens egaux ABC et FIH. soustend,
AC. et FH. egales.

Puisque dans ce kas les angles E et K. etant egaux
les lignes AC, et FH, le seront aussi. voies la figure
precedente. C. Q. F. D.

Proposition 30.

Couper en deux parties egales
BC et AC. la Circonferance ACB.

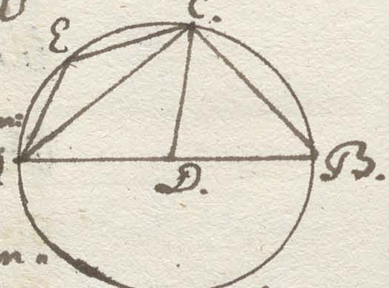
Tires AB. partages la en D et



eleves une perpen: DC. qui divisera le segment en
deux parties egales, Car apres avoir tiré les lignes
AC. BC. les deux Triangles seront egaux donc
BC et AC seront egaux aussi bien que les Arcs.
C. Q. F. D.

Proposition 31.

Au Cercle l'angle ACB dans le
demi cercle est droit 1°. Dans
un segment plus grand que
le Demi Cercle l'angle est aigu
3°. L'angle qui est dans le plus
petit segment est obtus.

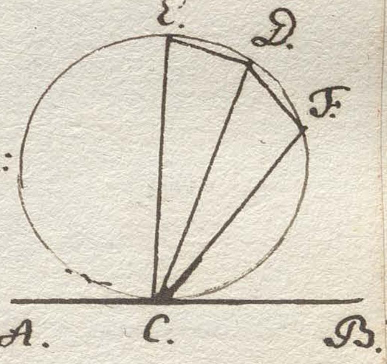


Ioignes le centre D au point C.
Le Triangle DBC est Isoc: donc l'an:
DCB est egal a l'angle B. de meme
et par la même raison l'an.
gle DCA est egal a l'angle A donc l'angle total
C. est egal a l'angle A plus a l'angle B et
par consequent droit. 2°.
l'angle B dans le grand segment CAB est

aigu. Puisque l'angle ACB est droit.
3°. L'angle CEB dans le petit segment est plus
grand qu'un droit puisque dans quadrillaterre AECB.
les Angles E plus B valent deux droits mais
B est aigu donc E est optus C. Q. F. D.

Proposition 32

Si une ligne A.B touche le Cer..
cle, et que de l'atouchement
C. on mene une ligne C.D. cou..
pant le Cercle elle formera avec
la touchante des Angles DCB.
DCA. égaux à ceux qui sont
aux segmans alternes du Cer.
cle E & F.

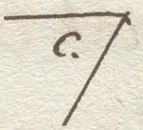


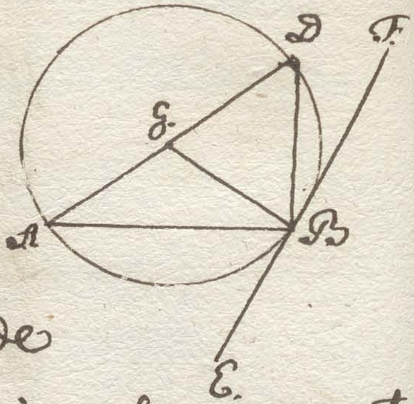
Tires la perpen: CE. qui sera diam:
Tires les lignes ED DF et CF.
Le Triangle EDC est rectangle
au point D. donc les angles E.
plus DCE. valent un droit sav: ECB. estant

DCA commun il restra E. egal a DCB.
Dans le quadrillateire EDFC. les angles E et F. valent deux droits. mais l'angle E. est egal a l'angle DCB donc F. est egal a DCA.
C. Q. F. D.

Proposition 33.

Sur une ligne A.B. donne decrir un segment de Cercle A.B.D. capable d'un Angle C. Donné.

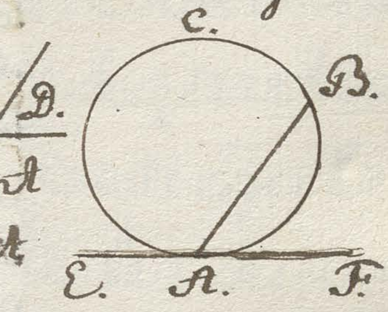




Faites l'angle ABE. prolonges EB en F. tires BG. perpen. sur EF. faites l'angle BAG. egal a GBA. Du point G. comme Centre et de l'intrervale GB. ou GA. decrives le segment ADB. capable de l'angle C. Car sur EF. tangen. on a mene la secquante AB. donc l'angle D dans le segment Alterne, est egal a l'angle ABE ou C. C. Q. F. F.

Proposition 34.

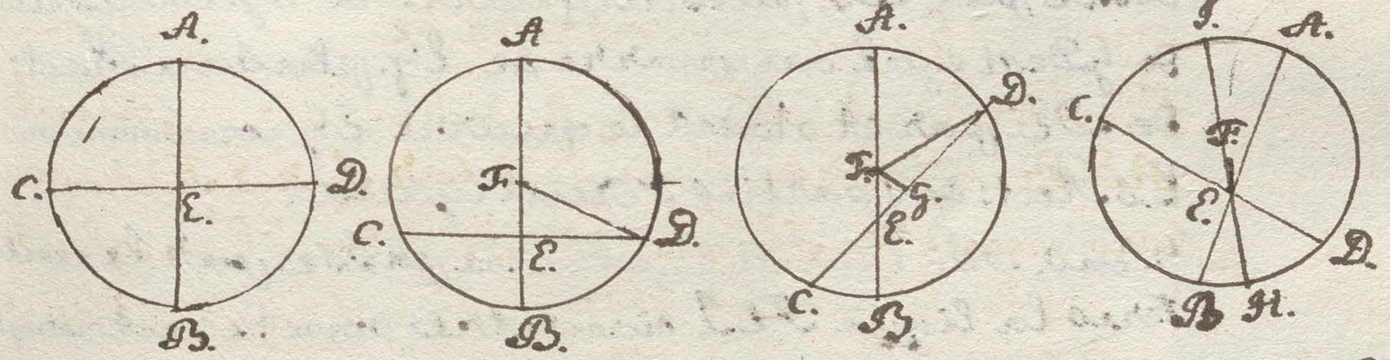
D'un Cercle donné A.B.C. ôter un Segment capable d'un angle donné. D.



Tirés la tangeante E.F. faites l'angle F.A.B. egal a D. le Segment B.C.A. Alterenne sera le Segment demandé. C. Q. F. F.

Proposition 35

Si dans un Cercle, deux lignes A.B. et C.D. se coupent au point E. le Rectangle des parties A.E. et E.B. est egal au Rectangle de C.E. et E.D.



1°. cas le point de section au Centre: le Rectangle de C.E. et E.D. Raions est egal, au Rectangle des Raions. A.E. et E.B.

2.° cas. AB passe par le centre et coupe a Angles droits CD. qui ne passe pas par le Centre F. Tires la ligne FD.

La ligne AB. a été partage egalement en F. et inegalement en E. donc le Rect: de AE et EB plus le quarre de FE. propos: 5. du 2. liv: est egal au quarre de FB. ou de FD. ou au deux quarres de FE plus de ED. retranchant FE. le quarre il restra le quarre de ED ou le Rect: de CE et ED. egal au Rectangle de AE. par EB.

3.° cas. AB passe par le Centre et ne coupe pas CD. a Angles Droits CD. Du Centre F. tirés sur CD. la perpendiculer FG. et le Raïon FD.

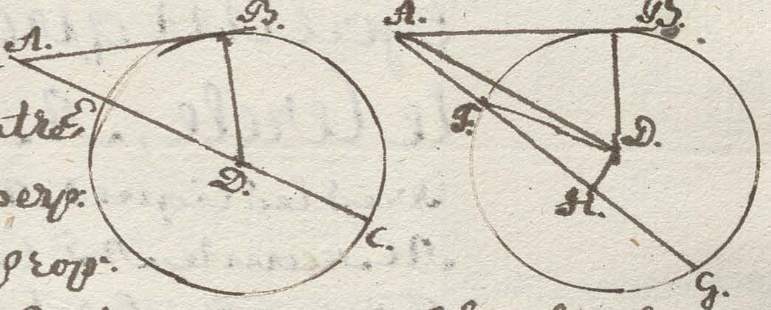
Par la même prop: le Rect: AE par EB. plus le quarré FE ou FG. plus GE. est égal au quarre de FB. ou FD. ou de FG. plus GD. retranchant celui de FG. il restra le quarre de GD egal au Rectangle de AE par EB. plus au quarre de EG. moins celui de GD est egal au quarre de EG. plus au Rect: de DE. par et otant le quarre EG commun les Rect: des parties seront egaux.

4.° cas. Ni l'un ni l'autre ne passe par le centre. Tires la ligne FEI. diametre donc le rectangle de ses parties sera egal par les deux Cas preced: a chacun des Rect: des parties des autres lignes.

C. Q. F. D.

Proposition 36.

Si du point A hors le Cercle on mene une tangente AB et une Sequante AC le quarré de la tangente est égal au Rectangle de toute la Sécante et de AE partie extérieure

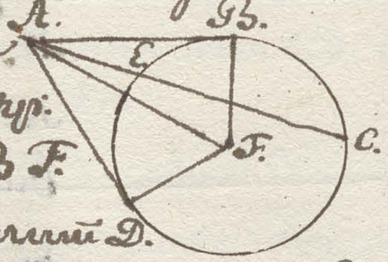


1er Cas. La Sécante passe par le centre D. Menés DB perp. sur AB par la prop. 6me du 2. liv. le Rect. de AC par AE plus le quarré de ED ou DB est égal au quarré de AD qui est lui même égal aux quarrés de BD plus de AB. otant celui de DB il restera le quarré AB égal au Rectangle de AC par EA.

2° cas la Sécante AG ne passe pas par le centre. Menés les Raïons FD et DB et la ligne AD. Du centre D. abaissés la perpen: DH sur FG qui sera partagée également en H. Le Rectangle de AG par AF plus le quarré FH est égal au quarré de AH. ajoutant le quarré de HD le Rectangle de AG par AF plus les quarrés de FH et HD ou FD ou BD est égal auxquarres de AH. plus HD. c'estadire celui de AD. ou ceux de AB. plus de BD. qui etant retranchez de part et d'autre il restra le quarre de AB. egal au Rectangle de AG et AF. C. Q. F. D.

Proposition 37.

Si le Rectangle de AC. la secante par AE partie exterieure est egal au quarré de AB qui ateint le Cercle, AB sera tangente.



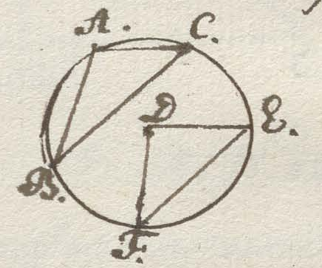
Tires les lignes AF au centre AC secante AD tangent les perp: FD et FB. Les Triangles ABF. AFD. sont egaux AF est commun BF et FD. sont rayons, et le quarre de AB est donné egal au Rect: de AC par AE. qui est egal au quarre de la tangent AD. Donc AD est egal a AB donc l'angle ADF. étant droit ABF. le sera aussi et AB sera tangente. C. Q. F. D.

Fin du Troisieme Livre.

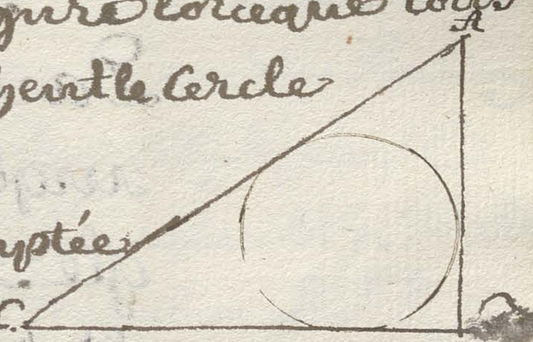
Livre Quatrieme.

Definitions.

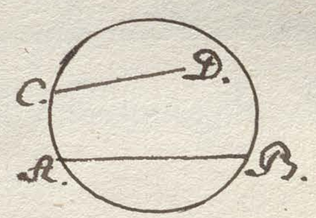
Une Figure Rectiligne est inscrite dans le Cercle ou le Cercle est circonscript a la figure lorceque tous les Angles de la figure sont dans la peripherie. A B C est inscript et non E D F.



Une Figure Rectiligne est circonscripte au Cercle et le Cercle est inscript dans une Figure lorceque tous les côtés de la figure touchent le Cercle Telle est la figure A B C.

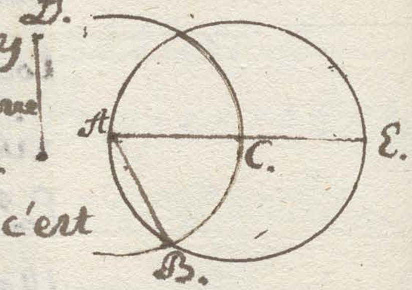


Une ligne ligne est adaptée ou accomodée au Cercle lorceque ses extremites sont dans la peripherie. A B est adaptée au Cercle et non C D.



Proposition 1.

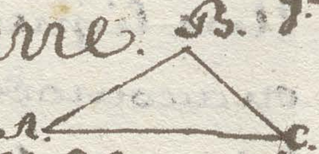
Adapter au Cercle une ligne AB egale a une ligne D. donné plus petite que le diametre.

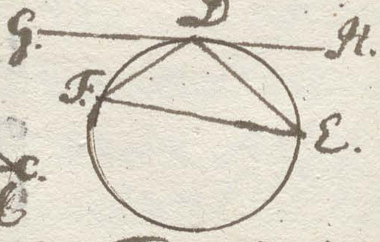


Tires le diametre AE. prenez AC egale a D. du point A. comme centre et de l'intervalle AC. decrives un Cercle. Tires AB. c'est la ligne demandé.

Proposition 2

Dans un Cercle inscrir un Triangle DEF. equiangle au Triangle ABC. donne.

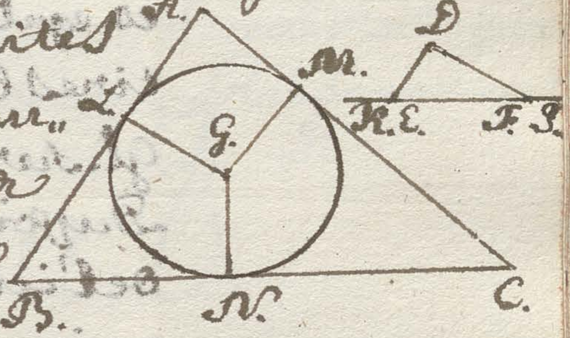




Tires la tangeante GH. Faites l'angle HDE egal a l'angle C. et GDF. egal a A. Tires la ligne FE. L'angle F. dans le Segment Alterne est egal a l'angle HDE ou C. l'angle E. dans le Segment Alterne est egal a GDF. ou A. donc le troisieme angle FDE est egal a l'angle B. C. Q. F. F.

Proposition 3.

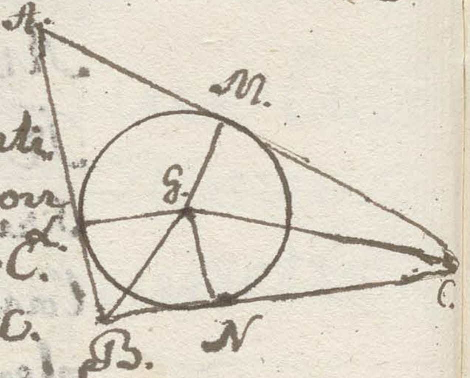
Autour d'un Cercle decrire un Triangle A.B.C. equi Angle a D.E.F.



Tires le Raion M.G. et faites l'angle M.G.N. egal a l'an„gle exterieur D.F.I. et sur N.G. l'angle N.G.L. egal a l'exterieur D.E.K. Tires les lignes A.B. B.C. tangentes en L. et N. et A.C. en M. vous aures le Triangle demande Le quadrillateire G.N.C.M. a les Angles aux poins N et M. droits et formé par les Raions et les tangent donc les Angles M.G.N. plus C. valent deux droits mais l'angle M.G.N. a été fait egal a D.F.I. Donc C. est egal a D.F.E. De même L.G.N. aiant été fait egale a D.E.K. Donc l'angle B. est egal a l'angle D.E.F. donc le troisieme Angle A est egal a l'angle D C.Q.F.F.

Proposition 4.

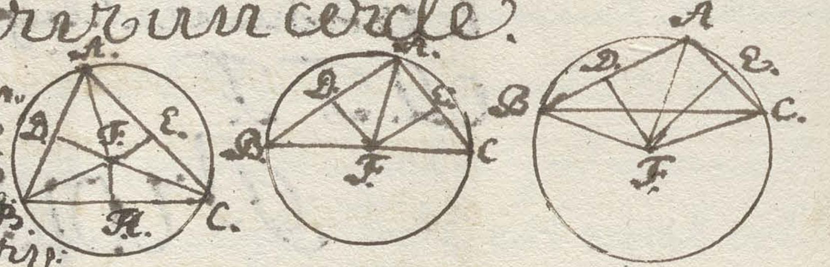
Dans un Triangle ABC. donné decrire un Cercle.



Partagés B. et C. en deux parties egales du point G. de Reunion tirés les perpen: G.N. sur BC. GL. sur BA. et G.M. sur AC. Du point G. comme Centre et de l'intervalle G.N. decrivés le cercle L.M.N. qui passera par les points L. M. N. ces lignes étant egales. Les Trian: GCN. et GCM. sont egaux GC est commun les angles au point C. sont egaux comme aux au point M. N. donc G.N est egal a G.M. De meme les Triangles BGN. et BGL. sont egaux donc les trois lignes GL. G.M. G.N. sont egales donc G. est le centre.

Proposition 5^e

Autour d'un Triangle donné ABC. decrire un cercle.

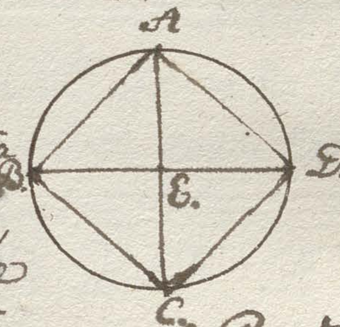


coupés egalement AB et AC des points D et E menés des perp: qui se reuniront en F. menés BF. FC. FA du point

F comme Centre et de l'intervale d'une de ses trois lignes qui seront egales decrives le cercle qui passera par les poins A. B. et C. Car les deux Trian: FEC FEA. sont egaux EF. est commune CE et AE sont egales. et les angles au point E. sont droits donc CF. et CA. sont egales. Par le même Raisonnement BF. et FA. sont egales. C. L. F. D.

Proposition 6.

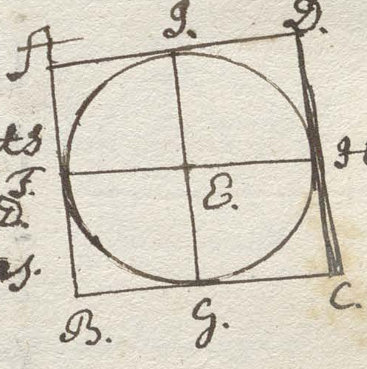
Dans un Cercle donné décrire un quarré A.B.C.D.



Tires les diametres AC et BD à Angles droits. Tires les lignes AB. BC. CD. DA. c'est le quarré demandé puisque les quatre Trian. sont Recta: et Isosc.

Proposition 7.

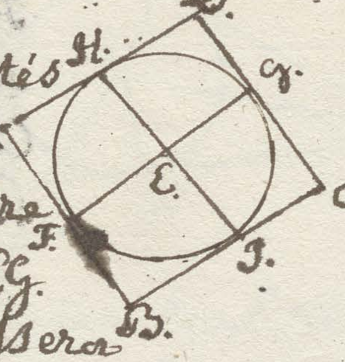
Autour d'un Cercle decrire un quarré A.B.C.D.



Tires les diametres à angles droits et les paralelles A.B. et DC. et A.D. et B.C. qui seront aussi tangentes. c'est le quarré demandé.

Proposition 8.

Dans un quarré donné decrir un Cercle F.H.G.I.



Coupes egalement les quatres côtés du quarré et tires egalement A. F.G. I.H. Du point E comme Centre et de l'intervale F.E. ou E.H. ou E.G. ou E.I. decrivés un cercle qui passera par l'extremité de ses lignes egales.

Proposition 9.

Au tour d'un quarré donné decrir un cercle.

Voies la prop: 6me: Tires les Diagonales, et du point E et de l'intervale E.D decrives le cercle.

Proposition 10.

Décrire un Triangle Isoc: A.B.C dont les Angles sur la Baze B.C soient doubles de l'angle au Sommet A

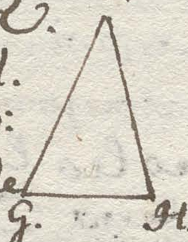
Prenés la ligne A.B que vous diviserés de maniere que le quarré de A.D. soit égal au Rectangle de A.B par B.D. Prop: 11me du 2liv

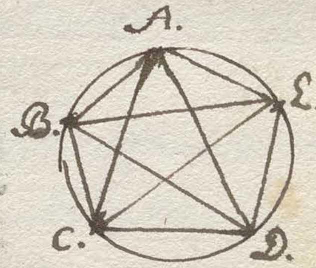
Transportés une ligne B.C apliquée au cercle qui soit égale à A.D.

Du point A. comme Centre et de l'interval A.B.
decrivés le Cercle A.B.C. menés les lignes A.C. et C.D.
Autour du Triangle A.C.D. decrivés le Cercle A.D.C.
B.C. ateint le petit Cercle et étant égal à D.A. son
quarré est égal au Rect: de la Secante B.A. par
B.D. partie exter: donc par la prop: 37. troisieme
liv: B.C. est tangeante. Donc par la prop: 32 du
troisieme livre elle fait avec la Secante C.D. un
Angle B.C.D. égal à l'angle A. du Segment Alter
ne. Mais l'angle C.D.B. exterieur par raport
au Triangle C.D.A. est égal aux Angles opposés
A. plus A.C.D. égal au total C. ou B. Donc le Tri.
D.B.C. est isosc: donc D.C. est egal à D.A. donc le
Trian: ADC est aussi Isosc: donc l'angle C.D.B. ou B.
ou C. est égal à deux angles A. Ce Qu'il F. F.

Proposition II.

Dans un Cercle donné decrire un Pentagone, equiangle et equi. lateral A.B.C.D.E.



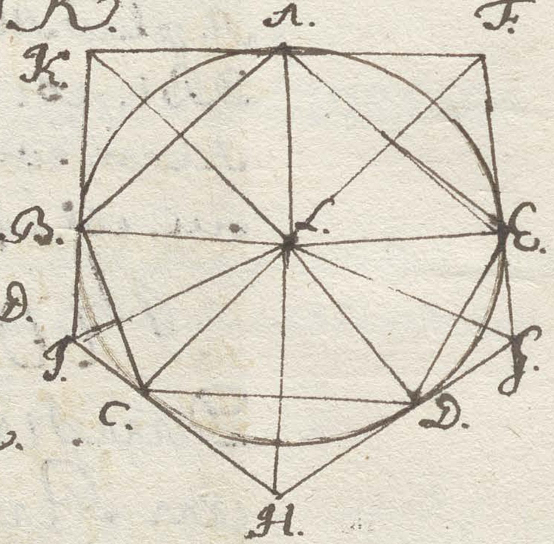


Faites un Trian: F.G.H. suivant la prop: preced: inscrives dans le cercle donné un Triangle A.C.D. et qui luy soit equiangle partages.

egalement les Angles sur la Baze CD. par les lignes CE. et BD. finises la figure, vous aurez le pentagone demandé, puisque chacun des Angles qui forment les Angles du pentagone sont egaux a l'angle DAC. et sont per consequent sur des Arques egaux.

Proposition. 12.

Autour d'un Cercle Donné decrire un pentagone, equiangle et equi„lateral. F. G. H. I. K.



Par la proposition presedante inscri„ves le pentagone ABCDE. Tires les lignes, BL. LC. LD. LE. et LA. aux points. A. B. C. D. E. menes des perpendi: qui se rencontrant aux points F. G. H. I. K. formeront le pentagone demandé.

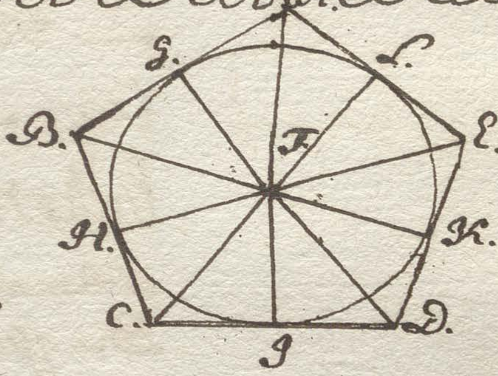
Tires les lignes LF. LG. LH. LI. LK.

Les deux Deux Tri: ALF. et LFE. sont egaux
AF et FE sont tangentes
AL. et EL. sont Raions et les Angles aux

points A. et E. sont droits donc l'angle ALE. a été partagé en deux parties egales aussi bien que l'angle au point F. Demenne les deux Triangles ELG. GLD. sont egaux.
Les Triangles GLE. LEF. sont egaux LE etant commun et les Angles au point E. sont droits, et l'angle GLF. a été, partagé egalement donc FE. est egal a EG. donc FG. est egal a FK. &.

Proposition 13.

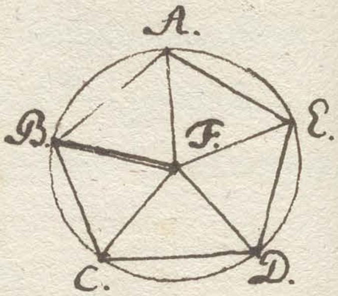
Dans un pentagone equiangle et equilateral decrire un Cercle.



Coupes les Angles A. et B. par les lignes AF. et FB. Menes les perpent: FG. FL. FK. FI. FH. du point F comme Centre et de l'interval de l'une de ces perpen: decrives un Cercle qui passera par les poins L. K. I. H. G.
Les Triangles AGF. AFL. sont egaux donc GF. et FL. sont egales comme AG. et AL. Demenne les Autres perpen:

Proposition 14.

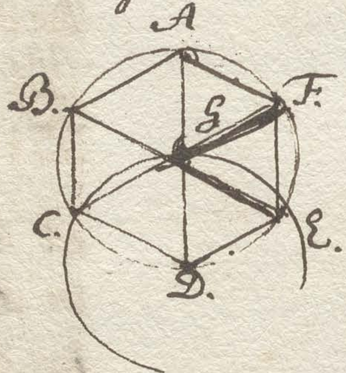
Autour d'un pentagone regulier decrire un Cercle.



Coupes en deux parties egales les angles du pentagone, par les lignes F.A. F.B. F.C. F.D. F.E. du point F. comme centre et de l'interval de l'une de ses perpendiculaires decrives le cercle, A.B.C.D.E, c'est le cercle de:: mande puisque tous les Triangles sont Jso: : cians les Angles sur les Bazes B.C. egaux.

Proposition 15.

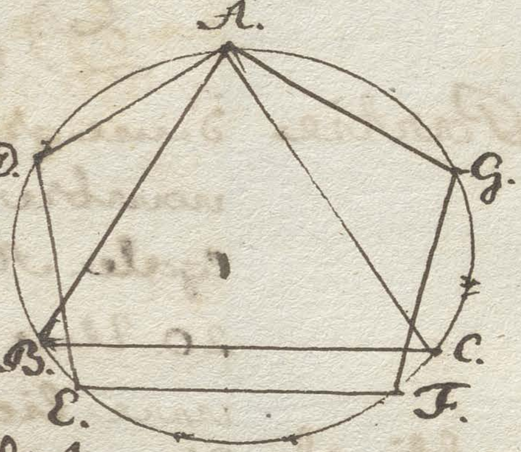
Dans un Cercle donné inscrire un Hexagone equiangle et equi: lateral.



Menes le Diametre A.D. Du point D. comme cen: tre et de l'interval D.G. de: crives le cercle C.G.E. Tires les lignes C.G.F. et E.G.B. ioignes les points A.B. B.C. C.D. D.E. E.F. et F.A.

Proposition 16.

Dans un Cercle donné decrire un quindecagone equiangle et equilateral.



Decrives le Triangle Equilateral A B C dont les côtés diviseront la circonferance en trois partie egales. Inscri-ves le pentagone A D E F G. aiant l'un des angles au point A. La ligne B E. ou C F. droite sera le côté du quindecagone ou fi-gure reguliere de quinze côtés, puisque l'arc B E. et F C. est le Tiers de la Circonfe-rance qui doit contenir cinq côtés du quin-decagone. Mais l'arc E F. qui soutient le côté du pentagone doit contenir trois donc B E. ou F C. sont côtés du quindecagone deman-dé. C. Q. F. F.

Fin du quatrieme Livre.

Livre Cinquieme.

Definitions.

La Partie d'une grandeur repétée ou prise un certain nombre de fois mesure cette grandeur ou l'egale. Ainsi 1. est partie de 6. 4. est partie de 20. Une ligne CD. de deux pieds est partie d'une ligne AB de 12. pieds.

Multiple. d'une grandeur est une grandeur qui contient un certain nombre de fois une grandeur plus petite. Ainsi 10. est multiple 1. sa partie ou de 2. ou de 5. AB plus grande qui contient un cerain nombre de foi CD plus petite est multiple de CD sa partie.

Sousmultiple Sousmultiple est la partie du Multiple.

Raison. est le raport de deux quantites de même genre comparé l'une avec l'autre et elles sont de meme genre lorsque multiplies elles peuvent se surpasser comme deux nombres deux lignes deux surfaces &. Ainsi le Raport de A. comparé avec B de deux avec 4 est le Raport qui il y a entre ces objets

Raison Rationele peut s'exprimer en nombres ce que la raison irrationele ne peut pas. Les premieres grandeurs sont commensurables par ex: une ligne de 4. piets comparée avec une de 10. pieds les secondes grandeurs sont incommensurables: par ex: la racine d'un quarré de 16. est incommensurable avec celle du quarré de 32. pieds.

Antecedent est le premier terme d'une Raison. Le second terme s'appelle consequent: ainsi comparant 12 avec 4. ou A avec B. 12. ou A sont antecedens et 4. ou B consequents

Expression de la Raison. L'on designe une Raison par une fraction qui indique la maniere dont une grandeur est contenue dans une autre. Ainsi le Raport de 12. a 4. ou de A. à B est $\frac{12}{4.}$ ou $\frac{A.}{B.}$

Proportion est une similitude de Raison ou une egalité de Raport. Par ex: la Raison de 12 a 4. est egale a celle de 15 a 5. Car $\frac{12.}{4.} = \frac{15}{5}$.

Proportionelles. La grandeur premiere est en même raison à la seconde comme la troisieme à la quatrieme, quand les équemultipliés de la premiere et troisieme, aux équé..

multiplices de la seconde et quatrieme, en quelque multiplication que ce soit, defaillent ensemble, sont égales, ou excédent, un chacun à un chacun, prenant celles qui s'entre-respondent. C.D: que si A. est à B comme C est à D. et qu'on multiplie les antécédens par une même quantité sav. A. et C. par 5. Et qu'on multiplie par une même quantité par 6. les conséquens sav: B. et D. si les quantités 5 A et 6. B sont égales 5 C et 6 D seront aussi égales. Si 5 A. sont plus petits que 6 B. 5 C. sera aussi plus petit que 6 D. Enfin si 5 A. est plus grand que 6 B &c.

Cet indice des proportionnelles designe egalement des quantités incommensurables et commensurables: il est d'ailleurs infallible puisque comme il sera demontré dans ce 5me livre que de telles equimultiples sont en proportion et percosequent lorsque les equimultiples des deux premieres quantités sont egales ou en raison d'egalité, les equimultiples des deux dernieres doivent etre de meme egales, en Raison d'egalité. Cette demonstration se trouve prop: 4.

Les proportionneles ont été definies par quelques uns en disant que des quantités sont analogues, semblables et égales, lorsque la premiere contient la seconde, ou y est contenue autant de fois que la troisieme contient la quatrieme, ou y est contenue; Ainsi 16: 8: : 4: 2. ou 3. 9: : 4: 12. Mais cette definition qui convient parfaitement en aritmétique ne peut convenir aux quantités incommensurables, et Euclide les appelle équimultiples en disant que 16. ou A. est autant multiple de 8. ou B que 4. ou C. l'est de 2. ou D.

Raison de plus grande inegalité lorsque les équimultiples celui de la premiere grandeur excede celui de la seconde et que celui de la troisieme n'excede pas celui de la quatrieme. C'est l'égalite majeure.

Raison d'inégalité mineure est le contraire.

Proportion continue ne renferme que trois termes dont celui du milieu est repeté deux fois tenant la place d'antecedent et de consequent ainsi A: B: : B: C. ou ∺ A. B. C. ∺ 8. 16. 32.

Raison doublée est la Raison de A. a C. ou de 8. a 32. ainsi l'on dit que A. est a C. en raison doublee

de A. a B. ou que 8. est a 32. en raison dou=
blée de 8. a 16.
La doctrine des proportionelles est aussi simp=
le qu'importante elle est pour ainsi dire née
avec l'homme en sorte que les propositions
de ce livre ont plustôt besoin d'illustration
que de preuve, le principal est de savoir les
diverses manieres dont les termes d'une
proposition pèvent être combinés, changés,
arangés, composés divisés comparées en
conservant toujours entre eux de la pro=
portion.

Invertendo. C'est faire servir les consequens d'antecedens
et les anteced: de conseq: si A:B:: C:D. ou
4:2:: 16: 8. donc B:A:: D: C. ou 2:4:: 8:16.

Alternando. On compare les antecedens avec les An=
tecedens et les conseq: avec les conseq: si
A: B:: C: D. ou 2: 4: 8: 16. donc A:C:: B:D
ou 2: 8:: 4: 16. donc.

Componendo on joint l'antecedent avec son consequent
somme que l'on compare avec le consequ=
si A: B:: C: D. ou 2: 4:: 8: 16: donc
A plus B: B:: C plus D: D. ou 6:4:: 24:16.

Dividendo. On compare l'antecedent dont on a retranché le consequent avec le consequent. Si A: B :: C: D, ou 10: 4 :: 15: 6. donc A moins B: B :: C moins D: D. ou 6: 4 :: 9 : 6.

Convertendo. On compare l'antecedent avec l'antecedent plus le consequent ou avec l'antecedent moins le consequent. Si A: B :: C: D. ou 10: 4 :: 15: 6. Donc A: A plus B. ou moin B :: C: C plus D. ou moins D. ou 10: 14. ou 6 :: 15: 21. ou 9.

Mixtim Convertendo. On compare l'antecedent plus le conseq: avec l'antec. moins le conseq: donc dans l'exemple précédent A plus B: A ~~plus~~ moins B :: C plus D: C moins D. ou 14: 6 :: 21. 9.

Raison Egale ou Ex æquo lorsqu'il y a plusieurs grandeurs d'un côté et autant de l'autre prises de deux en deux en même Raison et que la premiere des premieres quantites est a la derniere des memes comme la premiere des seconds est a la derniere. Si l'on a d'un côté A, B, C, D, et de l'autre E, F, G, H, ou 2, 4, 8, 16, 3, 6, 12, 24,

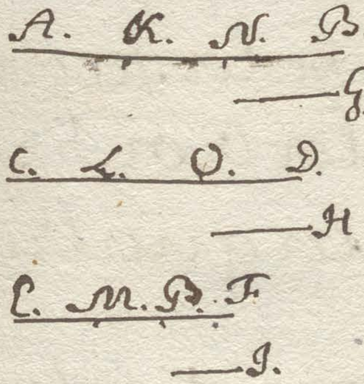
et que A: B :: E: F. et B: C :: F: G. et C: D :: G: H donc Ex æquo A: D :: E: H.

Ex æquo Perturbate lorsque trois grandeurs d'un côté et autant de l'autre A, B, C. 12, 8, 4. et D, E, F. 12, 6, 4.

Soient A: B :: E: F et B: C :: D: E.

Proposition 1.

Si l'on a tant de grandeurs qu'on voudra A.B. C.D. E.F. equimultiples d'autant d'autres grandeurs G.H. I. Les grandeurs A B. C.D. E.F. ensemble seront autant multiples de G. H. I. ensemble que A B l'est de G.



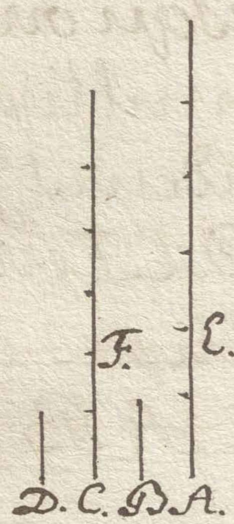
Supposant que les multiples contiennent chacun 3 fois leurs soumultiples comme de leurs parties Reunies AK. CL. et EM. seront égales aux trois soumultiples, en sorte qu'autant qu'il y aura de grandeurs en A.B. égales à G. et en CD égales à H. et en E.F. égales à I. autant il y en aura en A.B. DC. E.F. ensemble égales à G. H. I. ensemble, par conséquent qu'autant que A B sera multiple de G. autant, les toutes ensemble seront multiples. C. Q. F. D.

Arithmétiquement ab: g:: cd: h:: ef: i donc ab.+cd.+ef: g+h+i:: ab: g:: cd: h:: ef: i.
Alternando et Componendo et iterum Alternando.

Supposant 3. 2. 7. soumultiples 15. 10. 35.

B. leur somme est autant multiple de 12. somme des sommultiples que 15 l'est de 3

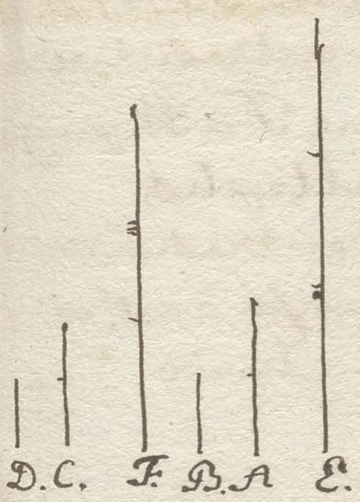
Proposition 2.



Si A premiere est autant multiple de B seconde que C troisieme l'est de D et E cinquieme autant multiple de B. seconde que F. sixieme l'est de D quatrieme, la composée de la premiere et cinquieme A. plus E. sera autant multiple de la seconde B. que la composée de la troisieme et sixieme C. plus F. de la quatrieme D.

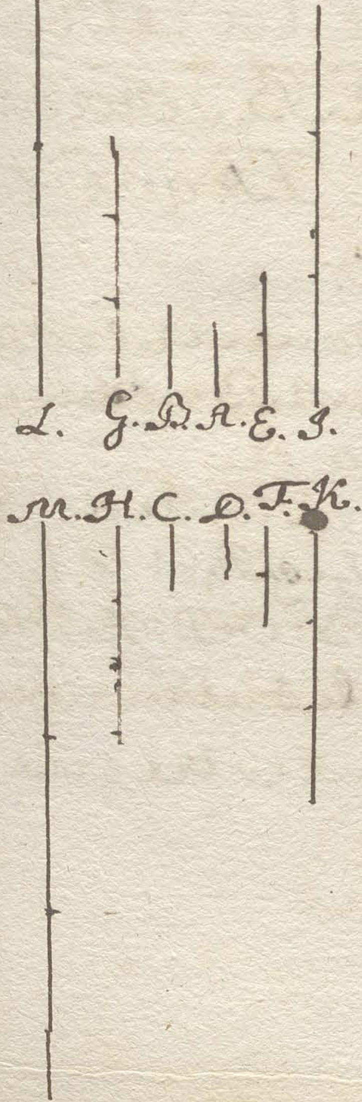
Ce qui est manifeste puisque A. contient autant de fois B que C contient D 4 fois par Ex: et que E de même contient autant de fois B que F. contient D. 3 fois par Ex: ainsi B sera contenu autant de fois dans A. plus E. que D dans C plus F.

Proposition 3.



Si A. est autant multiple de B que
C de D et qu'on prenne des equimultip-
les de A et C sav: E et F. E sera autant
multiple de B que F. de D.
Ce qui est manifeste puisque A contenant B.
autant de fois que C contient D et E autant de
fois A que F. D. contient il suit que B est autant
contenu de fois dans E que D dans F. C. Q. F. D.

Proposition 4.

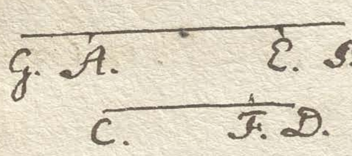


Si A est a B comme C est a D et qu'on
prenne des equimultiples de premiere
et troisieme sav: E. et F comme
aussi de seconde et quatrieme sav.
G. et H. ces equimultiples seront.
aussi en proportion E. sera a G com-
me F. a H.
Prenes des equimultiples de E et F. sav. I et K.
de meme de G. et de H. sav: L. M. I. est multip-
le de E. qui est multiple de A. donc I est mul-
tiple de A de meme K. est multiple de C. et
comme E. et F. sont equimultiples I. et K. le
seront aussi de meme L. et M. seront equimul-

tiples de B. et D. puisque donc que A: B:: C: D.
~~leur~~ equimultiples IL. KM. s'entresuiveront
et perconsequent E sera a G. comme F. a H. puisque
IL. KM. sont aussi leurs equimultiples.

Corolaire. Puisque IL. KM. s'entresuivent
aussi LI. MK. s'entresuiveront aussi donc si
A: B:: C: D. il sera vrai de dire invertendo
B: A:: D: C.

Proposition 5.



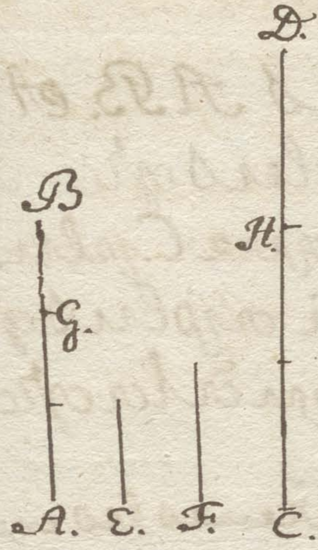
Si AB. est autant multiple de CD. que la retranchée AE de la retranchée CF. aussi le Reste EB. sera autant multiple du Reste FD. que la toute ~~e~~ AB de la toute CD.

Prenes GA. autant multiple de FD que AE l'est de CF. ou AB. de CD donc GE. est egal a AB retranchés AE commun il restra EB egal a GA. &c.

Autrement prenant A+B pour la toute et C+D derniere A et C pour les retranchées B. et D. les restes. ~~A+B: sera a ce plus~~ A+B: C+D:: A+B: C+D

Aritmetiq: les toutes 12. et 6. de retranchées 8 et 4. les restes sont 4 et 2. qui sont entre eux comme 12 a 6 ou 8 a 4.

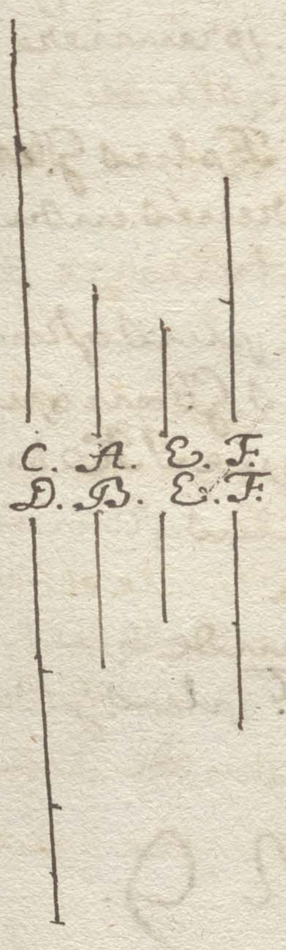
Proposition 6.



Si AB est autant multiple de E que CD l'est de F. et qu'on Retranche AG et CH equimultiples de E. et F. les restes BG. et DH seront aussi equimultiples des sousmultiples.

ce qui est evident puisque AB. contient autant de fois E. que CD. F. et que AG. contient autant de fois E que CH. F. donc le reste BG est autant multiple de E que DH l'est de F.

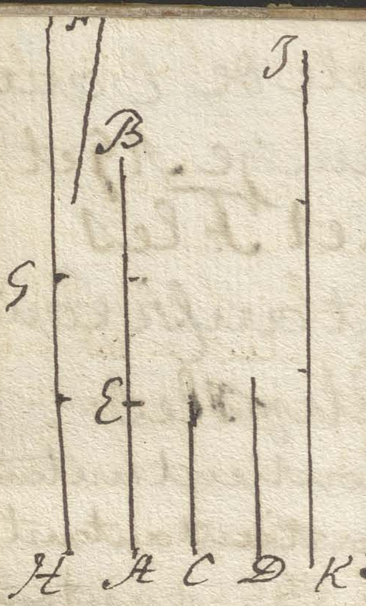
Arithmetiquement 8: 2 :: 16: 4. retranchés des equimultiples sav: 4. et 8. il restera 4 a 2 comme 8 a 4.



Proposition 7

Les grandeurs egales egales A. et B. ont même Raison a une même E et viceversâ.

A: E :: B: E et E: A :: E: B. Prenés des equimultiples de A. et B. premiere et troisieme comme aussi de seconde et quatrieme sav: E. puis donc que A et B sont egaux leurs equimultiples le seront aussi et par consequent les equimultiples se suivront constament et A: E :: B: E. et invertendo E: A :: E: B. C.Q.F.D.

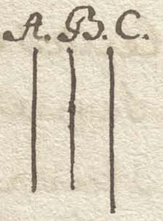


Proposition 8.

Des grandeurs inégales AB. et C. la plus grande AB. a plus grande raison à une même D. que C. plus petite n'a à la même D: qui a plus grande Raison à la petite C. qu'à la grande AB

Prenés sur AB. AE égale à C. prenés ensuitte les équimultiples de BE et de AE qui seront aussi les les équimultiples de AB. et de C. premiere et troisieme puisque l'équimultiple de AE est aussi celui de C. Nous aurons donc (F plus G) et HG équimultiples de AB. et de C. prenés ensuite IK. multiple de D seconde et quatrieme de maniere cependant que IK soit plus grande que HG. mais plus petit que F plus G. en quel cas F plus G sera plus grande que IK tandis que HG sera plus petite que le même IK donc il y a plus grande raison de AB à D que de C. à D.

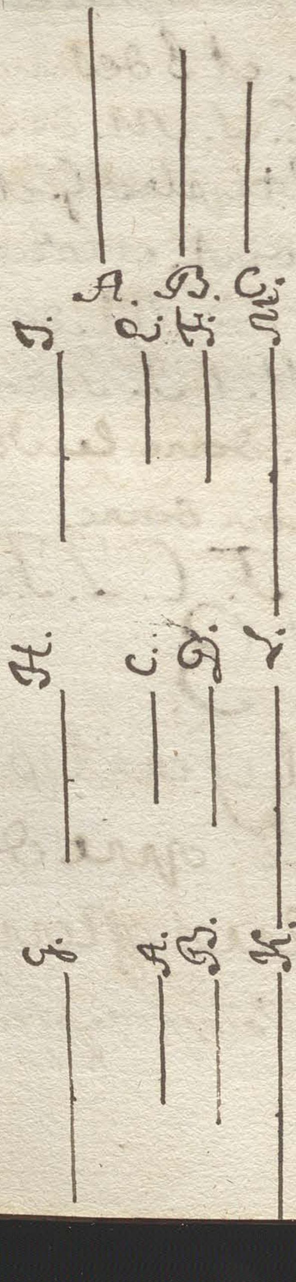
Mais par contre IK est plus grande que F. tandis qu'il est plus petit que F. plus G. donc il y a plus grande raison de D à C que de D à AB.



Proposition 9.

Les grandeurs A et B qui ont

même raison avec même C sont
egales entre elles et viceversa
A: C :: B: C donc A et B sont egales puis..
que si A etoit plus grande que B elle auroit
plus grande Raison avec C contre la suppositiō
C. A :: C. B. donc A. et B. sont egales puisque
si A. etoit plus petite il y auroit plus grande
raison de C. a A. que de C. a B. C. Q. F. D.



Proposition 10.

Des grandeurs A et B si A a plus
grande raison a C. que B a la même
C. A sera plus grande et viceversa
si A etoit egale a B. A: C :: B: C. contre
la supposition. si A. etoit plus petite que
B il y auroit plus grande raison de B. a C.
que de A. a C. contre la supposition.
si C a plus grande raison avec B que C avec
A. donc B est plus petite que A. puisqu'elle
ne sauroit etre ni egale ni plus grande.

Proposition 11.

si A: B :: C. D. et C. D :: E: F.
donc A: B :: E. F.
Prenes des equimultiples des Antecedens
A. C. E. sav: G. H. I. de meme de consequens
B. D. F. sav: K. L. M. puisque A: B :: C. D.

leurs equimultiples G. et K. H. et L. s'entre..
suiveront par la même Raison H. et L. I. M.
donc lorceque G sera egal a K. I. sera egal a
M. &c. don A: B: : E.F.

Proposition 12.

Si A: B: : C: D. et C.D: : E: F.
donc A.+ C.+ E. les antecedens
seront a B.+ D. + F. les consequ..
comme A. est a B. Voiés figure précéd.
Prenés les equimultiples G.H. et I des ante..
cedans et les equimultiples K. L. M. des
consequens tous ces equimultiples G. et K.
H. et L. I. et M. s'entresuiveront, et lorcequ..
G. sera egale a K. H. le sera a L et I à M. donc
lorceque G. sera egal a K. G.+ H.+ I. seront
egaux a K. plus L. plus M. donc leurs
sommultiples sont en proportion donc
A: B: : A.+ C.+ E: B.+ D+ F. C. Q. F. D.

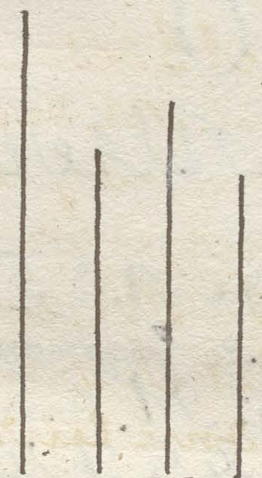
Proposition 13.

Si A: B: : C: D. et qu'il y ait plus
grande Raison de C. a D. que de
E. a F. aussi A. aura plus grande
raison a B que E a F. Voiés fig. précé.

Prenés G. H. I. equimultiples des antecedens A.C.E. de même K. L. M. des consequens. Puis que A: B: : C: D. toutes les fois que G est plus grand que K. H. sera plus grand que L. Mais comme C. a plus grande raison a D. que E a F. il pourra arriver que I. sera plus petit que M. tandis que H. sera plus grand que L. ou que G. sera plus grand que K. donc A a plus grande de Raison a B. que E. a F.

Proposition 14.

Si A: B: : C. D. et que A. soit plus grande, egale, ou plus petite que C. B. sera aussi plus grande, egale, ou plus petite que D.



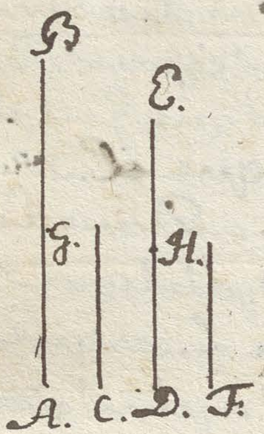
A. B. C. D

Soit A. égale à C. B est égal à D car ~~A. est egal a B.~~ puisque alors A: B: : C: D. mais par la supposition A: B: : C: D. donc C. B: : C. D. donc B. et D. sont egales.

Soit A plus petite que C. il y auroit plus grande raison de C. a B. que de A a B. ou C. a D. donc B est plus petite que D.

Soit A. plus grande que C. A aura plus grande Raison avec B. que C. avec B. Mais la Raison de A. a B. est celle de C. a D. donc D. est plus petite que B.

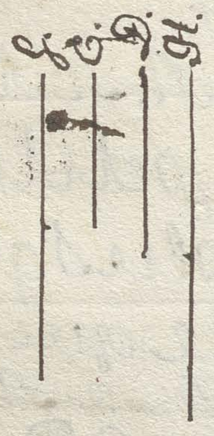
Proposition 15.



Si la grandeur AB. est autant multiple de C. que DE. l'est de F. AB: DE :: C: F.

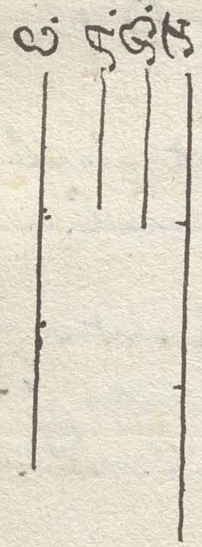
En ce cas AB contiendra autant de fois C. que DE. en contiendra de F. trois fois ou deux par exemple ainsi AG: C :: DH: F. et BG: C :: HE: F. et BA: C :: ED: F. donc tous les antece.. dans avoir AB: C :: DE: F.

Proposition 16.



Si A: B :: C. D. donc Alter.. nando A: C :: B: D.

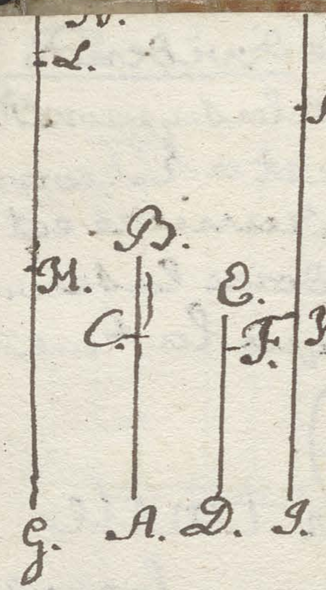
Prenes E & F. equimultiples de A. & B. Item G. & H. de C. & D. donc par la prop 15 A: B :: E: F. de meme C: D :: G: H. donc E: F :: G: H. donc par la 14 E. & G. F. & H. s'entresuiveront donc leurs soumultip.. les A. C. B. D. sont en proportion.



Observation. Bien entendu que les grandeurs sont de meme genre sans quoi E ne pourroit pas etre a G. comme F. a H.

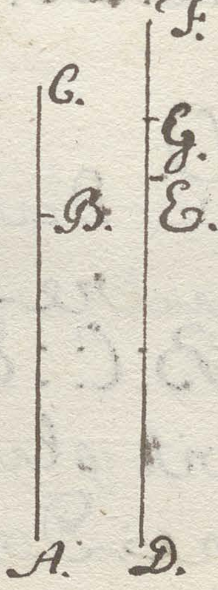
Proposition 17.

Si les grandeurs composees



A B. C B. & D E. F E sont propor-
tionelles, elles le seront aussi
dividendo A C: C B : : D F. F E.

Prenés des equimultiples G H. H L. I K. K M
de A C. C B. D F. F E qui reunis seront equi-
multiples sav: G L. de A B. I M. de D E.
prenés ensuite L N autant multiple de B C.
que M O. de F E. Mais H L. étant autant
multiple de B C. que K M. de F E. donc H N.
et K O sont equimultiples de B C. et E F.
Nous avons ainsi quatre équimultiples G L.
H N. I M. K O. qui s'entresuivent aiant
leurs soumultiples A B. C B. D E. E F.
en proportion or retranchant H L. K M.
les restes s'entresuiveront sav: les equimul:
G H. et L N. I K. M O. donc leurs soumul:
dividendo, sont en propor: A C. C B. : : D F. F E.



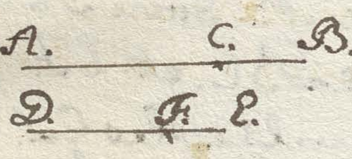
Proposition 18.

Si les grandeurs divisées A B.
B C. D E. E F. sont proportionel:
elles le seront aussi compon-
do A C: B C: : D F. E F.

Si on le nie faites A C: B C: : D F. F G.
qui sera plus grande ou plus petite que

FE. supposons FG plus petite dividendo
AB: BC :: DG: GF. Mais par la suppos.on:
AB: BC :: DE: EF. donc DE est a EF. conve,
nimme DG est a GF. Mais DE premiere est
plus petite que DG. troisieme donc la seconde
EF devroit etre aussi plus petite que la 4me

Proposition 19.

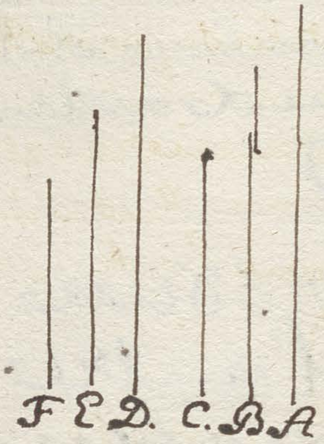


Si la toute AB est a la toute DE. comme AC le Retranché est au Retranché DF. le Reste CB. est au reste FE. comme la toute est a la toute

Si AB. est a DE: comme AC. DF. donc alternando AB: AC :: DE: DF. donc dividendo AC: CB :: DF: FE. iterum alternando. AC: DF :: CB: FE. Mais AC: DF :: AB: DE. donc AB: DE :: CB: FE.

Proposition 20.

Si l'on a trois grandeurs d'un côté A. B. C. et trois d'une autre D. E. F. et que A: B :: D: E. et B: C :: E: F. et que A premiere soit plus grande que C. troisieme: D. qua,

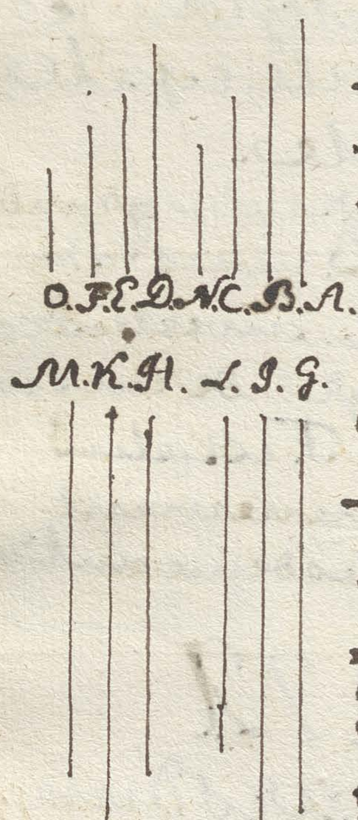


trieme sera aussi plus grande
que F. sixieme: si egale, egale,
si plus petite, plus petite.
Soit A plus petite que C. il y aura plus grande
raison de C a B. que de A a B. mais la rai-
son de C. a B. et celle de F. a E. invertendo et
A: B: : D: E. donc F. a plus grande raison
avec E. que D. avec E. donc F. est plus
grande que D. Par un raisonnement
tout semblable on prouve les deux autres
cas.

Proposition 21

Si l'on a trois grandeurs d'un
côté A. B. C. et autant de l'autre
D. E. F. en proportion troublée
sav: A: B: : E: F. et B: C: : D: E.
si la premiere est plus grande
que la troisieme aussi la qua-
trieme sera egale a la sixieme.
si egale, egale, si plus petite
plus petite.
Soit A. plus grande que C. il y aura plus
petite Raison de B. a A. que de B. a C. Mais
la raison de B. a A. est celle de F. a E. et celle
de B. a C. est celle D. a E. il y a donc plus

petite Raison de F. a E que de D. a E. donc D. est plus grand que F. Par le même Raisonnement on prouvera les deux autres cas.



Proposition 22.

Si l'on a trois grandeurs d'un côté A. B. C. et trois de l'autre D. E. F. qui prises deux a deux soient en même Raison sçav. A: B :: D: E et B. a C. comme E: F. donc Ex aequo A. C :: D: F.

Prenes G. et H. equimultiples de A. et D. item I. et K. de B. et E. item L. et M. de C. et F. donc A: B :: G. I. et D: E :: H: K. Mais A: B :: D: E. donc les equimultiples sont en proportion ordonnées. Donc G. L. H. M. s'entresuiveront donc leurs sousmultiples A. C. D. F. sont en proportion. Si il y avoit une quatrieme quantité N. et O. le meme Raisonnement aura lieu puisque on aura A: B :: D: F. A C: N :: F: O.

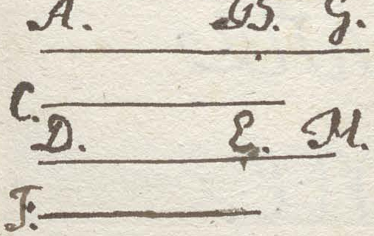
Proposition 23.

Si l'on a trois grandeurs d'un côté A. B. C. et trois d'un autre

D. E. F. prises de deux en deux en proportion troublée donc ex æquo A: C :: D: F.

Prenés les equimultiples de A. B. D. sav: G. I. H. Item des equimultiples de C. E. F. sav. L. K. M. Puisque A: B :: E: F. donc G: I :: K: M. Mais B: C :: D: E. donc I: L :: H: M. donc G. I. L et H. K. M. sont en proportion trouble donc G. L. H. M. s'entresuivent et leurs sousmultiples A. C. D. F. sont en proportion.

Proposition 24.

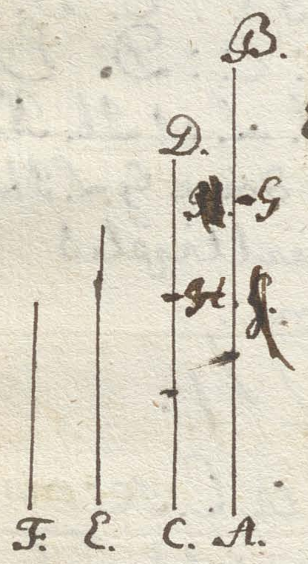


Si AB. premiere est a C. seconde comme DE. troisieme est a FE. quatrieme et BG. cinquieme a C. comme EH. sixieme est a F. donc AB + BG: C :: DE + EH: F.

BG: C :: EH: F. donc invertendo C: BG :: F: EH. Mais AB: C :: DE: F. Nous avons ainsi trois quantités d'un côté et trois de l'autre AB. C. BG. et DE. F. EH. donc ex æquo AB: BG :: DE: EH. donc componendo AG: BG :: DH: EH. mais BG: EH :: AG: DH. alternando donc AG: DH :: C: F. C. Q. F. D.

Proposition 25.

Si quatres grandeurs A.B. C.D. E. F. sont proportionnelles, la plus petite F. jointe à la plus grande A.B. seront plus grandes, que les deux autres C.D. + E.



Prends sur A.B. plus grande; A.G. égale à E. et sur C.D. C.H. égale à F. A.B : C.D :: A.G : C.H. et par la 19 G.B. : H.D. :: A.G. C.H. ou A.B : C.D. mais A.B. est plus grande que C.D. donc G.B. est plus grande que H.D. donc A.B.+F. est plus grande que C.D.+ E. C. Q. F. D.

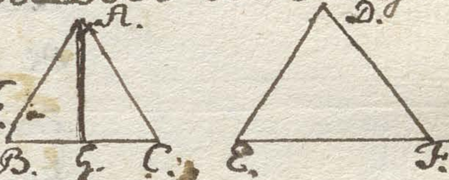
Puisque A.G. + F. est égal à C.H. + E. si l'on ajoute les grandeurs G.B. et H.D. A.B. et F. joints ensemble seront plus grandes que C.D. + E.

Fin du Livre Cinquieme.

Livre Sixieme.

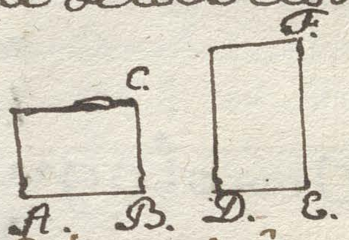
Definitions.

Semblables figures sont les Angles egaux chacun au sien et les cotes qui forment les angles egaux, proportionnelles.



Les Triangles A.B.C. & D.E.F. ont les angles A. & D. B. & E. C. & F. egaux & les côtés autour de ces Angles egaux sont proportionnels.

Reciproques figures sont les antecedants et un consequent des raisons dans chaque figure. [illegible] de l'au- tre. de la premiere est a l'un des côtés de la seconde comme un autre côté de la seconde est au côté de la premiere.



Les deux paralellogrames AC. & DF. sont reciproques AB. DE. :: EF. BC. On prend les extrêmens dans l'un & les moiens dans l'autre.

Hauteur d'une Figure est la perpendiculaire tirée du Sommet a la Baze. Ainsi AG. est la hau- teur du Triangle ABC.

Moienne et extreme Raison est lorsque une ligne a été partagée de maniere que la toute est au plus grand Segment comme le grand Segment est au moindre, ou que le quarré de la moienne est egal ou Rectangle de la toute & la plus petite partie

Raison Composée de Raisons et quant les quantites des Raisons multipliés entre elles, soit leurs denominateurs forme quelque raison, ainsi aiant deux grandeurs l'une de 12. pieds et l'autre 6. leurs raison seront doubles ou comme 1. a 2. et si l'on avoit deux autres grandeurs 6. et 2. dont le Raport seroit subtriple sav: de 3. a 1. la raison de 12 a 2 est sextuple etant composee de deux Raisons de 12 a 6. ou de 2. a 1. et de 6. a 2. ou de 3 a 1.

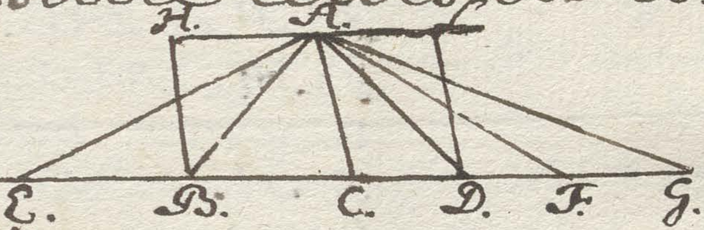
Raison doublée est une Raison composé de deux raisons egales: ainsi la raison doublée de 1. a 3. c'est la raison de 1. à 9.

Homologues grandeurs sont celles qui se respondent les unes aux autres soit les antece: aux antece: &c.

Parallelogramme applique sur une ligne droite defaut d'un Parallellogramme lorsque il n'occupe pas entierement la ligne: Mais il excede quand il occupe une plus grande ligne que celle sur laquelle il est applique de maniere cependant que le parallellog: qui defaut ou qui excede ait une meme hauteur que le parallellog: appliqués & qu'il forme avec lui un seul parallelog: voiés la figure de la prop: 27.

Proposition 1.

Les Triangles et les parallelo..
grammes de meme hauteur sont
entre eux comme leurs bases.

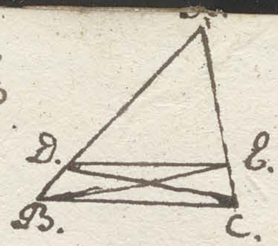


Les Triangles
ABC, ACD. sont
entre eux comme
BC à CD etant
de même hauteur.
Prenes des multiples de BC. sav: EB. BC.
de même de CD. sav: CD. DF. FG. Je tire les
lignes AE. AF. AG. J'ais donc les equimult.
de ABC. et de BC. puisque autant de fois
que je prens BC. j'ais pris ABC. etant touj
sur Bases egales et entre mêmes paralel:
Mais les lignes CE. et CG. s'entre suiveront
comme aussi les Triangles ACE. et ACG.
donc leurs sousmultiples sont en proport.
sav: BC: CD: : ABC: ACD. C. Q. F. D.
Ce qui est dit des Triangles doit s'entendre
des paralelogrames qui en sont le Double

Proposition 2.

Si au Triangle ABC. on tire DE.
paralelle a BC. les côtés AB. et
AC seront coupés proportionelle..
ment. et vice versa

Tires les lignes EB. & DC. Les Tri-
angles, BDE. DEC. sont egaux
etant sur memes baze DE. et
entre mêmes Paraleles.

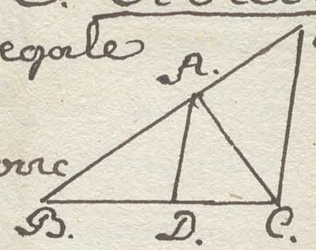


Les Triangles DBE. & DEA.
sont de même hauteur aussi bien que le meme
DEA. et DEC. egal a BDE. donc AD: DB: : ADE
BDE. Mais DAE: DEC égal a BDE. : AE: EC
donc AD: DB: : AE: EC. C. Q. F. D
si AD: DB: : AE: EC. donc DE. BC. sont para-
lelles.
EC: EA : : DCE: DAE. de même BD: DA: : BDE
DAE. Mais CE: AE: : BD: DA. donc DEC:
DAE: : BDE: DAE. donc les Triangles
BDE. DEC. sont egaux: et comme ils sont
sur meme Baze DE. ils seront entre
memes paralelles.

Proposition 3.

Si l'angle BAC. du Triangle
BAC. est coupé egalement par
la ligne AD. la Baze BC. sera
coupée proportionellement aux
deux autres côtés sçav: BD. a
DC: comme AB. est AC. Et vice versa

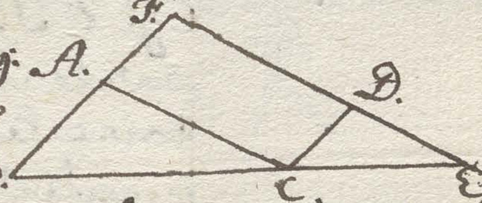
Prolonges BA fesant AE. egale
a AC. joignes E. et C.
Le Triangle ACE. est Isosc: donc



langle exterieur BAC. est egal aux ang.
les E. plus ACE. donc l'angle DAB. exter.
aux lignes AD. et EC. sont egaux donc les
lignes sont paral: donc BD: DC:: BA: AE
ou AE son egale. C. Q. F. D.
si BA: AC:: BD. DC. donc l'angle
BAC. sera coupée egalement. soit la mêm.
figure, BA: AE: BD: DC. donc AD et
EC. sont parallelles donc l'angle ACE est
egal a DAC. son altern: opposé et l'ang:
exterieur de même part egal a l'angle
E. donc les Angles BAD. DAC sont
egaux.

Proposition 4.

Les Triangles equiangles ABC.
DCE. ont les côtés aux longdes
angles egaux proportionels: et
les cotés opposes aux angles ega..
ux, sont en même Raison.

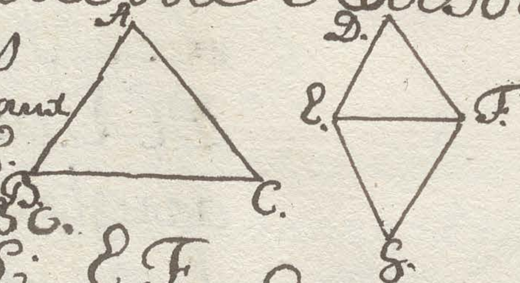


Plases les deux Triang: A.
ABC. CDE. sur une
meme ligne. BE.
de maniere que les angles egaux s'en..
trerepondent. Les lignes CD. BA. sont
paral: les Angles DCE. et B. etant

egaux. Prolonges E.D. et B.A: E.F. et A.C. seront paral: les Angles E. & A.C.B. etant egaux. Dans le Triang: F.B.E. B.C: CE:: AB: AF. donc altern: BC: AB:: CE: AF. AF egale a CD. de même BC: CE:: FD ou AC: DE donc alternando &c. Item FA. ou CD: AB:: FD. ou AC. est a DE. &c. C. Q. F. D.

Proposition 5.

Si les Trian: ABC. DEF. ont les côtés proportionels, ils seront equiangles et auront egaux les Ang. opposes aux de même Raison.



Faites sur EF. aux points E. et F. deux angles egaux a B. et C. Le Trian: EFG. sera equiangle a ABC. donc AB: BC:: GE: EF. Mais par la supposition :: ED: EF. donc EG: EF:: ED: EF. donc ED et EG. sont egales par le meme Raison: GF. est egale a DF. donc les deux Triang: sont egaux et equi, angles: donc les Trian: DEF. ABC. sont equiangles. C. Q. F. D.

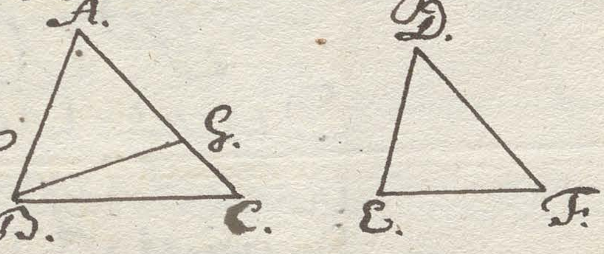
Proposition 6.

Les Triangles A B C. D E F. qui ont lès angles B. & D E F. egaux et les côtés qui forment les angles, proportion-nau: A B: B C. : D E: E F. sont equian-gles.

Suivant la prop. preced: Faites G E F equian-gle a A B C. donc A B: B C. : G E: E F. et par la supposition : : D E: E F. donc D E. et E G. sont egales: donc les deux Trian: D E F. G E F. sont equiangles aussi bien que A B C.

Proposition 7.

Si deux Trian: A B C. et D E F. ont l'angle A. egal a D. & les les côtés qui forment un autre angle proportionels etant les troisiemes Angles de mê-me espece. Les triang: seront equiangles.



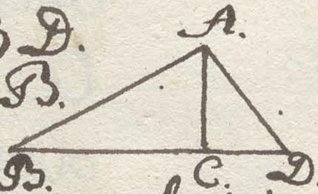
Si l'angle B est plus grand que E. prenes A B G. qui lui soit egal.

Les Trian: A B G. D E F. sont equiangles

donc AB : BG :: DE : EF. et par la suppos
tion :: AB : BC. donc AB : BC :: AB : BG
donc BG. et BC. sont egales supposons
C. et F. aigus l'angle BGC. le sera auss
si et l'angle AGB obtus ainsi ne sauroit
etre egal a F. si l'on dit que C. & F. sont
obtus il y auroit dans le triangle Isosc:
deux angles obtus ce qui est impossible.

Proposition 8.

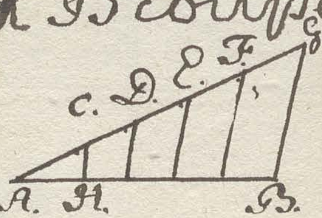
Si de l'angle droit d'un Triang:
rectang: on tire une perpandic:
sur la baze les triangles aux
côtés de la perpend: sont sem-
blables au tout, et entre eux.



Les trian: ABC. & ABD.
sont equiangles. L'angle B.
est commun BAD &
BCA. sont droits de même les triang:
ACD. et BAD. sont equiangles.

Propositon 9.

D'une ligne donnée AB couper
une ligne demandée.

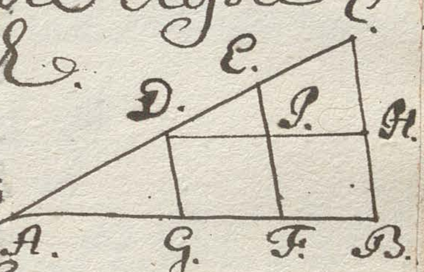


Du point A. tires la ligne AC.
quelconque que vous prolongez
res pour faire CD. egale a AC. et ainsi de
suite

DE. EF. FG. et autant de parties qu'il en doit avoir en AB. Joignes les points G B. et tires paralele CH. AH. est la ligne demandée AC: CG :: AH: HB. donc compo. AG. AC :: AB. AH. et AC. etant la cinquieme de AG. AH. le sera aussi de AB.

Proposition 10.

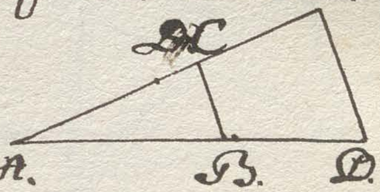
Couper une ligne AB donnée semblablement a une ligne AC. coupée en D. et E.



Formes de vos deux lignes AC et AB. l'angle A tires BC. EF. DG. parale: entre elles et DH. paral: a AB. et argumentes comme ci dessus.

Proposition 11.

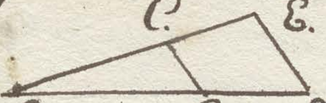
A deux lignes AB et AC trouver une troisieme propor: CE.



Formes l'angle A prolonges BD. egale a AC. tires CB et DE paral: prolonges AC. pour avoir CE. vous aures AB: BD ou AC :: AC: CE.

Proposition 12

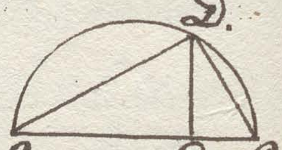
A trois lignes A.B. B.D. A.C. trouver une quatrieme proportionnel C.E.



Faites de A.B. et B.D. une seule ligne et avec A.C. l'angle A. tires B.C. D.E. paral: prolonges A.C. en E. et vous aures A.B.: B.D.:: A.C.: C.E.

Proposition 13.

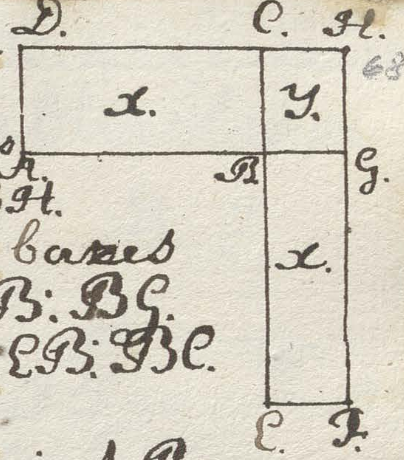
Entre deux lignes A.C. C.B. trouver une moiene propor: C.D.



Faites de A.C. et C.B. une seule ligne sur laquelle decrives le demi Cercle A.B.D. et leves la perpan: C.D. Tires les lignes A.D. D.B. Les Triangles A.C.D. C.D.B. sont semblables donc A.C.: C.D.:: C.D.: C.B.

Proposition 14.

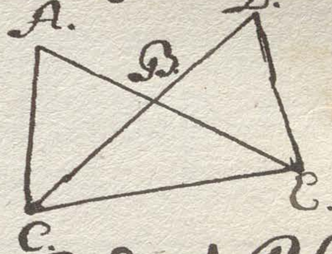
Les paralellog: egaux et et qui ont un ang: egal a un ang ont les cotes qui forment ces ang: reciproq. Les paral: qui ont un angle egal a un angle et les côtés recipro: sont aussi egaux



Disposés les paral: de maniere
que les angles egaux soient
opposés par la pointe et finisses
la figure. Les paral: AC. et BH.
sont entre eux comme leurs bazes
AB. et BG. donc X: Y: : AB: BG.
Item par memes raisons X: Y: : EB: BC.
donc AB: BG: : EB: BC.
Seconde partie. Les angles au point B.
sont egaux, et AB: BG: : EB: BC. donc
AB: BG: : AC: BH. Item EG: BH: : EB: BC.
donc AC: BH: : EG: BH. donc AC est egal
a EG.

Proposition 15e

Les Triangles egaux ABC. BDE.
qui ont un angle egal ont les
cotés autour des ang: egaux
reciproques sc: AB: BE: : BD: BC.
et ils sont egaux s'ils ont l'ang
egal et les cotés Reciproques.

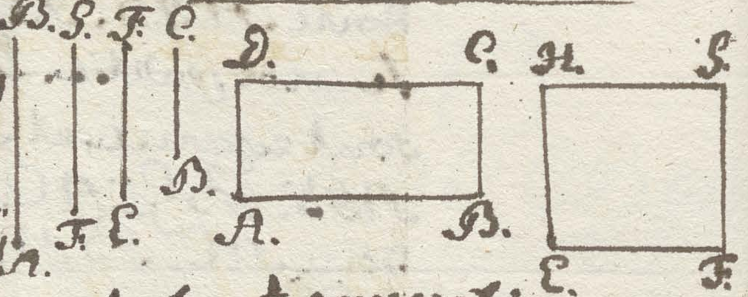


Disposes les angles egaux par
la pointe tires la ligne CE.
Les Triangles ACE. sont entre
eux comme leurs bazes
AB. BE. Item CED: comme BD: et BC.
mais les Triang: sont egaux donc
AB: BE: : BD: B. la Seconde partie
se prouve en Retrogradant.

Proposition 16.

Si quatres lignes sont propor
les Rectangle compris des ext
A B. B C. et des moiennes F G. E F.
sont egaux: et vice versa.

par la propos:
14. nous avons
l'angle egal et
les cotés recip-
roques donc les
parallellogrammes sont egaux.

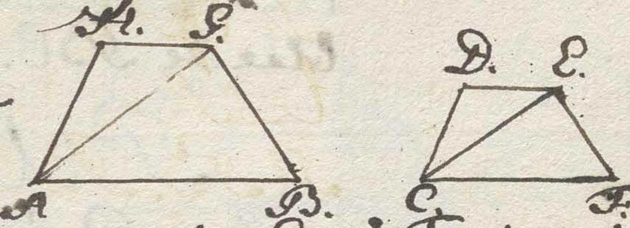


Proposition 17.

Si trois lignes sont proporti
le Rectangle des extremes
est egal au quarré de la moi
enne. Si le rect: des extremes est
egal au quar de la moienne
les lignes seront proportione
Cette proposition se prouvé de la meme
maniere

Proposition 18.

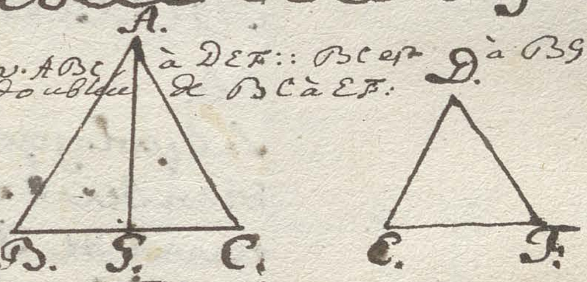
Sur une ligne A.B. decrire une
Figure A.B.H.G. semblables a
C.D.E.F.



Divisés la figure
donné en Trian:
et sur A.B. for..
mes des angles egaux a C. & F. et sur A.G.
de meme des angles egaux a C. et E.

Proposition 19.

Les Triangles semblables
A.B.C. D.E.F. sont, l'un à l'autre
en raison doublée de leurs côtés
homologues sav. A.B.C. à D.E.F. :: B.C. est à B.G. qui est supposé a E.F. :: en raison doublée de B.C. à E.F:

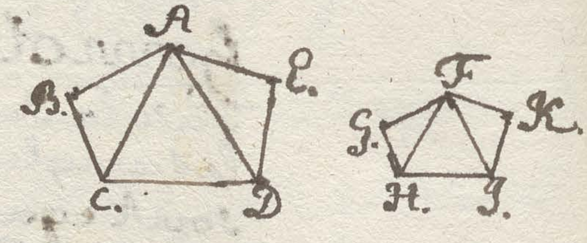


Par la supposition
les angles B. et E.
sont egaux: de
plus A.B: B.C: D.E.
E.F. donc B.C. E.F.: E.F. B.G. c'est ce qu'il
faut prouver. B.G. troisieme propor: de B.C.
et E.F. etoit aussi en raison doublée de ces quan:
tités.
A.B: B.C:: D.E: E.F. alternando A.B: D.E:: B.C: E.F.
mais B.C: E.F: E.F. B.G. donc E.F. B.G.:: A.B.
D.E. ou A.B: D.E: E.F. B.G. ~~&~~ les angles
B. et E. étant egaux et les cotés homolo..
gues, reciproques, les Triangles A.B.G.
D.E.F. sont egaux. Mais les Tria: A.B.C.

sont entre eux comme leurs bazes BC et
BG. donc les Tria: ABC. DEF. sont entre
eux comme BC a BG. c. d. en raison dou-
blée de BC. a EF.

Proposition 20.

Les Polygones semblables peu-
vent etre divisés en nombre
egale de Triangles semblables
et propor: au tout. Les polygones
sont l'un a l'autre en raison
double de leurs côtés homologu-
es.

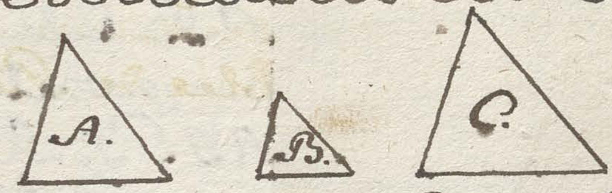


Les polygones se divisent en autant de Triang: qu'ils ont de côtés moins deux.

Menes AC. AD. FH. FI.
AB: BC:: GF: GH. et les angles BCA. BAC. GHF. GFH. sont egaux chacun au sien et BC: CA:: GH: HF. donc le tout est au tout comme le tout est au tout, puisque les Triang: sont propor: aux Triang: et qu'ils sont tous en Raison doublée de leurs côtés homologues.

Proposition 21.

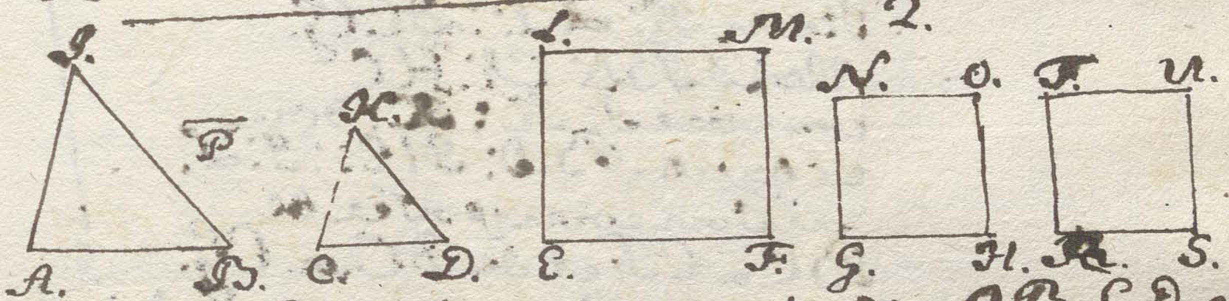
Les Figures semblables a une même sont semblables entre elles.



Si les trois ang: de A. et B. sont egaux de même que ceux de C et de B. ceux de A. et de C. seront aussi egaux.

Proposition 22.

Si quatre lignes AB. CD. EF. GH. sont propor: les figures semblables decrites sur ces lignes sont propor: sc. ABI. CDK. :: ELM. GO.. et vice versa.

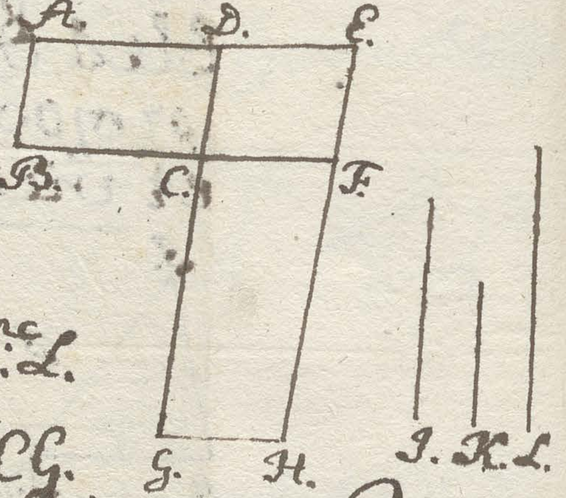


Preuve P. troisieme propor: de AB. CD. et Q. de EF. GH. donc le triangle est au triangle comme AB: à P. le Rectan: est au rectan: comme EF. est a Q. mais AB: P :: EF. Q. donc le Trian: est au Trian: comme le paral: est au paral. seconde partie si les figures semblab.. les sont propor: leurs Bases seront aussi proportionnel.

Prenes une quatrieme propor: RS. a AB. CD. EF. sur laquelle vous decrires un paral: RU. semblable a EM. donc AIB: KCD :: EM. RV. Mais par la supposition AIB: KCD :: EM. GO. donc GO. est egal a RV. et GH a RS. C. Q. F. D.

Proposition 23

Les parallelequiangles sont en Raison composée de leurs côtés.

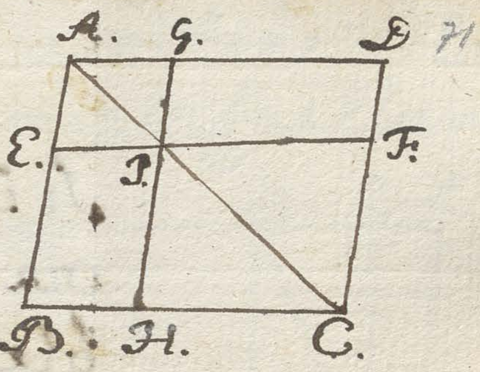


Disposes les parallo: comme dans la fig: et prenes I: K :: BC: CF. Item K: L :: DC: CG. Mais BD: Ck: HC comme I: K: K. donc ex æquo BD: HC :: I: L. raison composée de BC. a CF. et de DC. a CG.

Proposition 24

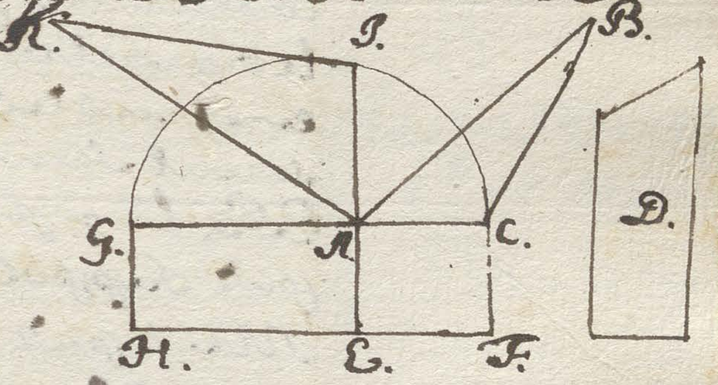
En tout paral: les parallello: grammes autour du diametre aiant un angle commun au total sont semblables entre eux et au total. sc: EG. HF. BD.

AC. est le diametre et les autres lignes sont para-lelles: les Triangles formé par la diagonale au nombre de 6. sont equiangles et semblables.



Proposition 25

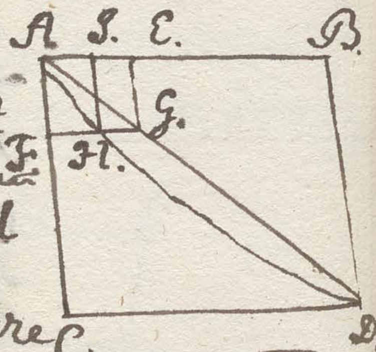
Decrire une figure K.A.I. semblable à A.B.C. donnée et egale a D.



sur AC. faites le paral: EC. egal a ABC. et sur la base AE. le paralel: AH: egal a D.
sur GC. construises le demi cercle GIC. prolonges EA. en I. AI sera moiene propor: de AC. et GA. sur AI faites AIK semblable a ABC. Elle sera egale a D.
AF. AH: : AC: AG. mais BAC: AIK: en raison doublee de AC. a AI. c'est à dire de AC. a AG. donc AF. AH: : ABC: IKA. mais AF. est egal a ABC donc AH AIK. et D. sont egaux C. Q. F. F.

Proposition 26.

Si d'un paralelogramme ABCD on ôté le paralelô: AEGF. sembla=ble au tout CB. aiant un A.N: angle A. commun, l'oté sera avec le tout sur le même diame=tre AGD.

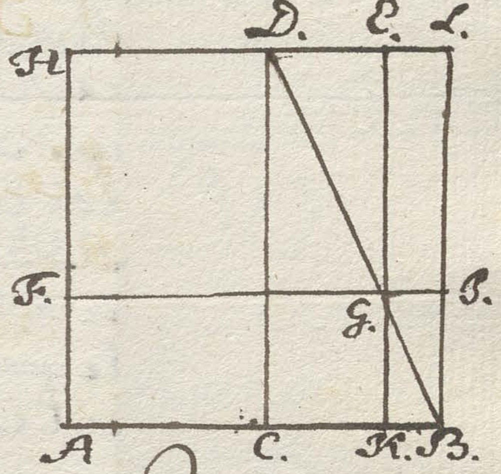


Si le diametre AGD n'est pas commun faites AFHI. dont le diametre AHD. soit commu=en car les deux petits paral seront semblables au total CB. l'un par la propo: et l'autre par supposition donc AE: AB: : AF: AC. Mais par la suppos: AI: AB: : AF: AC. donc AE: et AI: sont egales ce qui est absur=de.

Proposition 27

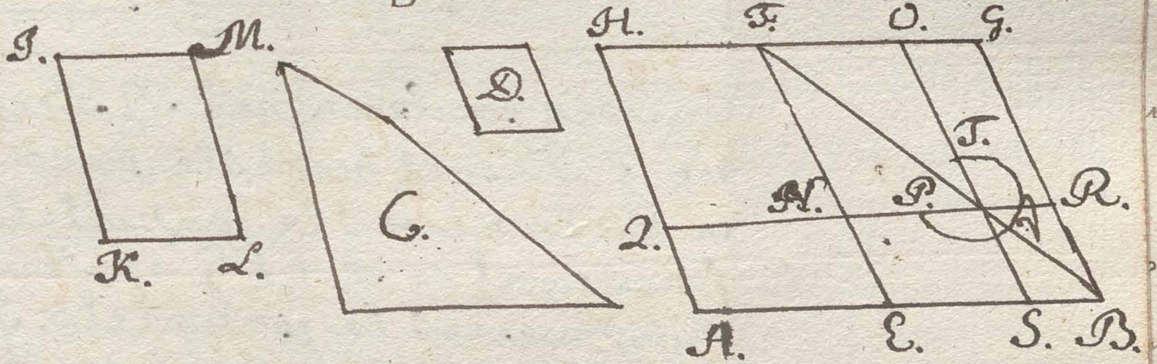
De tous les paralelo: apliques sur une ligne AB qui defaillent de parallelogrammes sembla=bles au autre CE. decrit sur la moitie BC. de la meme ligne le plus grand est celui qui est decris sur la moitié de la ligne et semblable au defaillant.

Le parallellogramme A G. est sur A B et il defaut du parallello. K I. semblable a C L. parallelog. sur la moitie. Je dis que A G. est plus petit que C L. car C G. est egal a G L. complemens C I. egal a C F. donc C L est plus grand que A G. de tout G D.



Proposition 28.

Sur A B. donnée, appliquer un parallello. A P. egal a C. et defaillant d'un paralelog. S R. semblable a D. mais il faut que C. ne soit pas plus grande que le paralelo. E G. sur la moitie.

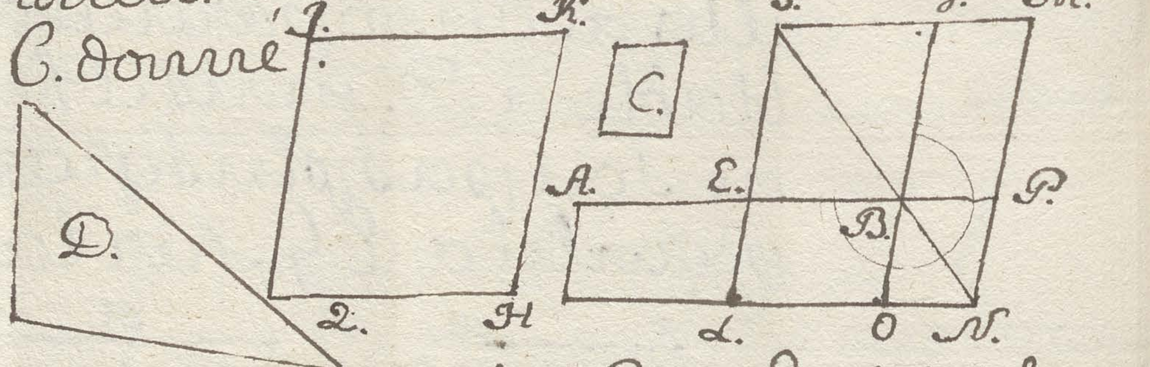


Partagés egalement A B en E. et tirés la diagonale F B. Comme C. est plus petit que

EG. Faites un paralelo: K.M. egal a l'excedent de EG. sur C. et semblable a D. au quel a du etre aussi fait samblable AG.
Appliques IL sur son semblable EG. en F. ce sera NO. autour de la Diagonale prolonges NF. de part et d'autre et Tires OS. AP. est le paralelo: demandé il est applique sur AB. il defaut du paralello: SR. semblable au total et a D. puis par la prop: prescedente le gnomon PVT. est egal a AP. et que joint al'excedent il remplit le paralello: EG.

Proposition 29.

Sur une ligne AB. appliquer un paralelo: AN. egal à D excedant d'un paralelo: OP. semblable au paralelo: C. donné.



Coupes egalement AB en E. et sur la moitie EB. soit decris le paralelo: EG. semblab: a C. decrives le paralelo: HI. que vous feres egal a D.+EG. et semblable a EG.
Appliques le paralelo: HI. sur le paralelo EG. IK. sur FG. IQ. sur FE. et les quatre po points I. et F. K. et M. Q. et L. H. et N. coinci,

deront L M. ettant egal et semblable a I K. prolonges le diametre F B N. G B O. C B et finises le paralelo: vous aurés le paralelo: A N. sur A B. excedant d'un paralelo. O P. semblable a C. et egal a D. Puisque L M. est egal a I K. egal lui même a D. + E G. C. sera ainsi egal au Gnomon auquel A N. est egal. C. Q. F. F.

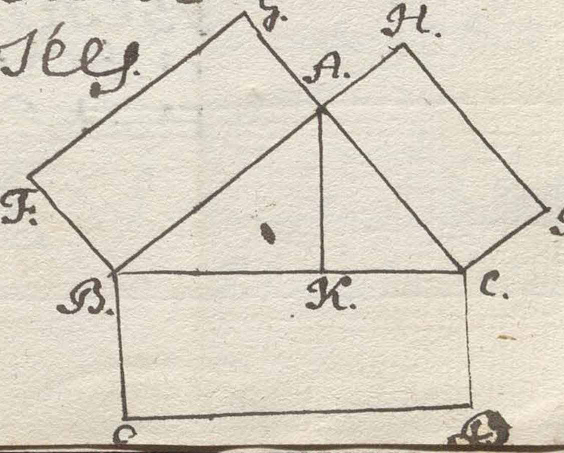
Proposition 30

Couper une Ligne A B. en la moïenne et extreme Raison, sc: que la toute est au plus grand segment comme le plus grand segment est au moindre

Cette proposition est la prop: 11 du 2. livre puisque si le quarré sur A G. est egal au rectangle C G. alors C B. ou A B: G A :: G A: B G.

Proposition 31.

Au Trian: Rectangle la figure sur l'hypotenus B C. est égale aux figures des deux autres côtés si les figures sont semblables, et semblablement posées.

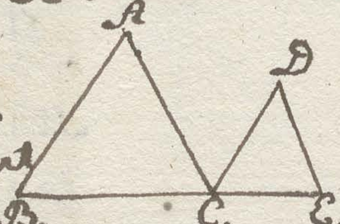


Les trois Triangles A B C. A B K. A C K. formés par la perpen: A K sont semblables.

Ils sont donc tous les trois en Raison double
de leurs hypotenuses BC. AB. AC.
De même les figures sur ces hypenuses etāt
semblables, elles sont entre elles en raison
doublee de les hypotenuses et perconsequent
elles sont entre elles comme les Triang:
Mais les deux Triangles sont egaux au
troisieme donc les deux figures semblables
sont ensemble egales a la troisieme C. Q. F. D.

Proposition 32.

Si deux Triangles ABC. CDE.
ont deux côtés BA. AC. propor:
aux cotés côté CD. DE. et qu'ils soi..
ent disposes tellement qu'ils
fassent l'angle ACD. et que les
côtés de meme Raison soient
paraleles BCE. sera une meme
ligne droite.

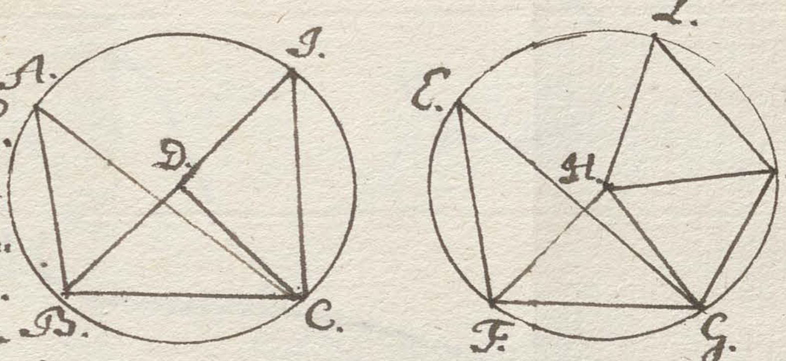


Ce qui est manifeste puis..
que les trois angles au point
C. valent deux droits 1C: B.
ACD egal a A.
BCA egal a lui même
et DCE. egal a B. et ces angles valent deux
droits.

Proposition 33.

Aux Cercles egaux les angles tant au Centre qu'en la Circonférence sont entre eux comme les Circonferences qui les soutiennent: Les Secteurs sont aussi de même entre eux

D et H. sont les Centres A. BDC. FHG. sont les angles au Centre A. et E. sont sur la circonferance.



BC. et FG. sont les circonferences qui soutient ces angles. Il faut donc prouver que BC. circonference est a la circonferance FG. comme l'angle BDC. est a FHG. Prenes les Arcs GK. KL. egaux a FG. et de même CI. egale a BC: tires les lignes HK. KL. qui formeront des angles egaux LHK. KHG. et les portions de Circonferens FG. GK. KL. lesquelles Arcs & angles sont equimultiples de seconde et quatrieme. De même BDI. est autant multiple de BDC. que BCI. l'est de BC. ce sont les equimultiples de premiere et Troisiême Mais les arcs BCI. et FGKL s'entresuiveront aussi bien que les Angles BDI. FHL. donc leurs sommultiples sont en proportion &c: BC. a FG Comme BDC. a FHG. C. Q. F. D. Donc aussi le secteur BDC: FHG:: l'arc BC: FG. C. Q. F. D.

Fin du Sixieme Livre

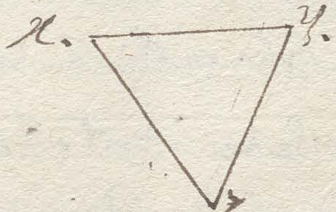
Abregé
De
Trigonometrie Rectiligne
par
Stanislas Mniszech.
le 2. Mars
1768.

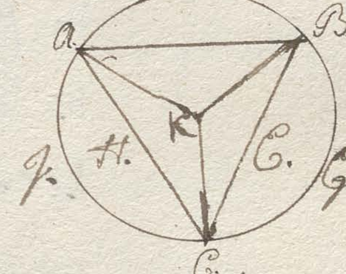
Abregé
de Trigonometrie Rectiligne.

Definition premiere. La trigonometrie est la science qui aprend a mesurer les triangles & d'en connoitre toutes les parties: savoir les trois cotés & les trois angles & l'aire ou la superficie, par le moyen des trois parties connues.

Demande. Toute figure rectiligne peut être divisée en triangles rectilignes.

Toute cette science est fondée sur la proposition 2e du 4. Livre d'Euclide ou il enseigne d'inscrire un triangle equiangle dans un Cercle

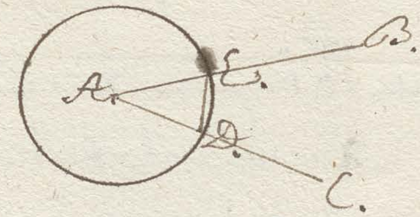




Ainsi les deux triangles xyz et abc sont equiangles & celui qui est inscrit dans le cercle forme les cordes d'un arc par ses cotés savoir les cordes BEC. de l'arc BGC. & la corde AHC. de l'arc AJC. &c.

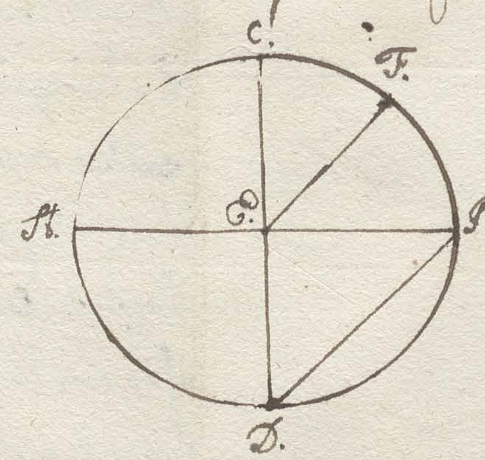
De plus les trois cotes sont les cordes ou les soutendantes des angles au Centre AKC. CKB. BKA. ou à la periferie A.B.C. ensorte qu'on peut toujours connoitre le raport qu'il y a entre les cordes ou entre les raions & trouver par consequent un quatrieme nombre inconnu par la regle de proportion, d'or ou de trois savoir en multipliant le second & le troisieme terme & divisant le produit par le premier terme.

Definition Seconde La mesure d'un angle est un arc de cercle decrit du point de l'angle comme centre

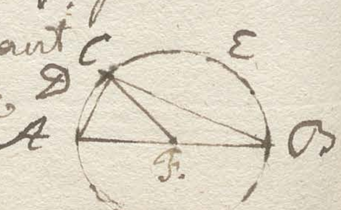


Ainsi l'arc DE mesure l'angle BAC & ED est la soutendante de l'angle A. ~~est~~ la corde de l'arc. Ainsi ce qu'on dit des arcs peut egalement se dire des angles.

Definition troisieme Les degrez d'un angle sont le nombre des parties de la circonferance du Cercle qui mesurent cet angle. & comme l'on divise la periferie du Cercle en 360 parties ou degrez ainsi l'angle droit au centre est de 90 degrets: le demi droit est de 45 degrets le coté du quarré est la corde de l'arc de 90 degrets au centre ou de 45 degrets a la periferie.

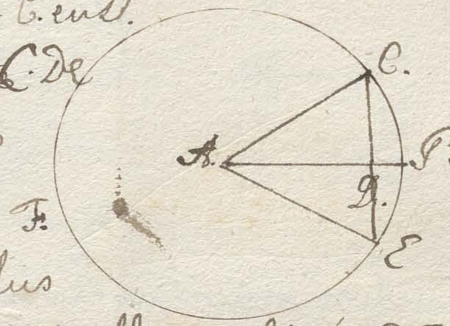


Definition quatrieme La corde du reste au demi Cercle est la ligne qui joint les extremites de l'arc pour finir le demi cercle. Aiant
Ainsi l'arc ~~A~~ADC. & la corde AC. la corde



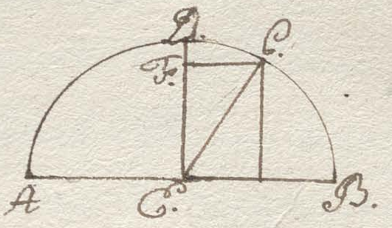
BC. joint les extremités de l'arc BEC qui finit le demi Cercle.

Definition cinquieme. Le ~~ligne~~ Sinus ou Sinus droit d'un angle est une ligne perpendicu„ laire opposée a l'angle d'une ligne formant l'angle sur l'autre ligne. Ainsi la ligne CD. perpendiculaire de C. en D. sur AB. est le sinus de l'angle BAC De plus ce Sinus est la moitie de la corde CDE. de l'arc double CBE.



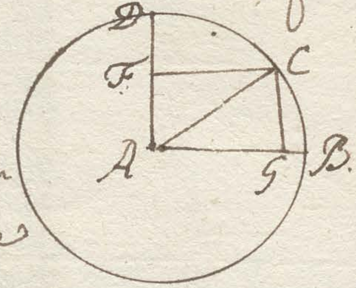
Remarque. La corde CE est celle de l'arc CBE plus petit que le demi cercle. Elle est aussi celle de l'arc CFE plus grande que le demi Cercle & le Sinus droit est egalement le Si„ nus de ses deux arcs & des deux angles plus grands ou plus petits qu'un droit.

Definition Sixieme. Le complement d'un arc ou d'un angle est la difference qu'il y a de l'arc au quart de cercle soit de plus soit de moins de l'arc CB. au quart de Cercle c'est CD. de l'arc ADC au quart de cercle. C'est aussi CD. Ainsi le complement de l'angle CEB. c'est DEC. qui l'est aussi de AEC.



Definition Setieme. Le Sinus du complement ou le Sinus secundus est le Sinus de cet angle qui fait la difference de l'angle de 90. degrez ou par exces ou par defaut ainsi CF. est le sinus du complement de l'angle CEB. & de CEA.

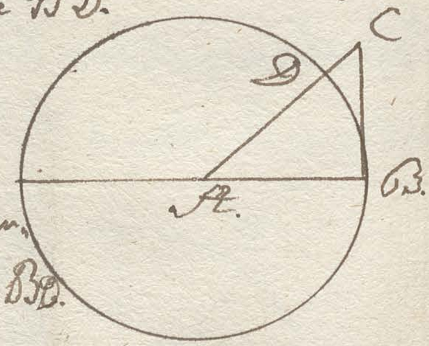
Definition huitieme. Sinus versus d'un arc ou d'un angle est la ligne intercepté entre le sinus droit & la periferie: ou la partie du raion entre la periferie & la ligne du sinus droit.



Ainsi FD. ou GB. sont les sinus versus: ensorte que le sinus versus et le sinus du complement ensemble font le raion ou le demi diametre.

Definition neuvieme. Le sinus totus est le raion ou le sinus droit de l'angle droit ainsi AB. est le sinus totus de l'angle droit.

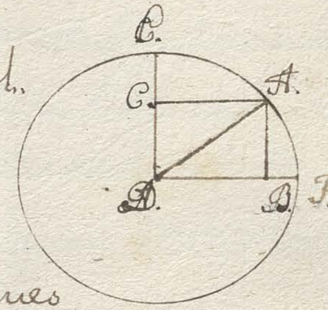
Definition dixieme. La tangeante d'un arc est la ligne qui touche perpendiculairement l'extremité de l'arc & qui est terminée par la ligne prolongée. Ainsi BC. est tangeante de l'arc BD. ou de l'angle BAD.



Definition onzieme. La seccante d'un arc est la ligne qui tiré du centre vient aboutir a la tangeante. Ainsi AC. est seccante de l'arc BD.

Proposition 1.

Le Sinus d'un arc AB. etant donné trouver le Sinus du Complement AC.

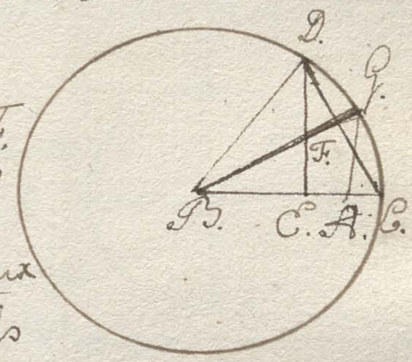


AC. est egale a DB. cote opposé d'un parallelograme AD. Mais le triangle ADB. est rectangle au point B. donc le quarré du Raion DA moins le quarré de AB quantites connues est egal au quarré de DB. ou AC. Sinus du complement. C. Q. F. D.

Proposition 2.

Le Sinus d'un arc CG. etant donné trouver le Sinus de la moitié de cet arc double

Sinus de l'arc double..

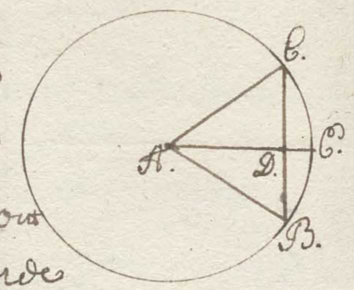


J'ai ~~BC~~. l'angle GBC. & son Sinus CF. est donné on demande le Sinus DE. de l'angle DBC. double de GBC. or les deux Triangles CDE. BCF. sont semblables ils ont un angle droit & un angle commun donc CB. raion est a BF. Sinus du complement de CF. comme deux CB Sinus donnes est a DE Sinus demandé. Mais BF. est le Sinus du Complement puisque BF. est egal a BA. Sinus du complement

De même si j'ai le Sinus DE. j'aurois le Sinus de l'arc de la moitié C. Q. F. D.

Proposition 3.

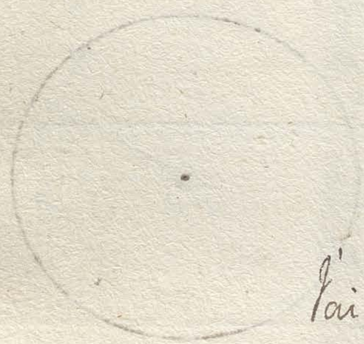
La moitie de la corde d'un arc est le Sinus de la moitie du meme arc.

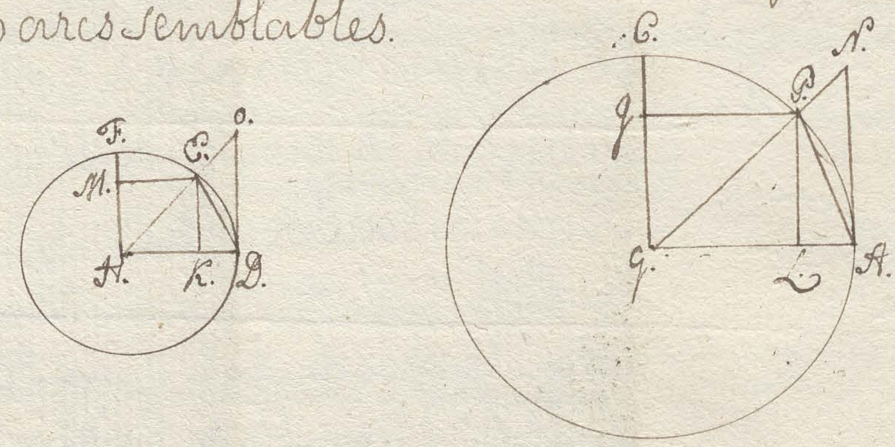


Vous aves l'arc CEB. la corde CB qui partagée en deux parties egales en D. ils forment un angle droit, & l'angle A total et l'arc CEB. sont divisé egalement. Ainsi BD moitie de la corde est le Sinus de la moitie de l'arc ou de l'angle. C. Q. F. D.

Proposition 4.

En tout Cercle il y a même raison du Raion au Sinus droit au Sinus vers, a la Seccante, a la tangeante & a la corde des arcs semblables.





J'ai les deux Cercles inegaux CPA. FCD. dont je prens des arcs semblables PA & CD. Or les deux triangles PGL. & CHK. sont semblables

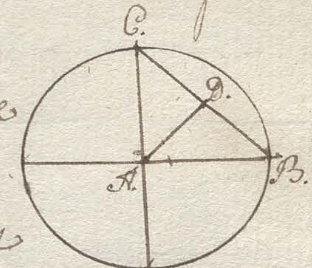
Item les quatres triangles GLP. GNA. HCK. HOD. sont semblables. Enfin les deux triangles GPA. HCD. Donc GP. raion est a PL. sinus droit comme HC raion est a CK. sinus droit. Donc GP. raion est a GL. sinus du complement comme HC raion est a HK. sinus du complement. Donc GA Raion est a AN tangeante comme HD. raion est a DO. tangeante. Donc AG raion est a GN. seccante comme &c. Donc le raion GI. est a la corde IA. comme &c. Donc GA. raion est a GL. comme HD. raion est a HK. Donc dividendo GA. raion est a LA sinus verse comme HD raion est a KD. sinus vers.

Crollaire. Si l'on connoit le raport d'un seul raion avec ses diverses lignes on l'aura egalement des raions de tous les cercles. or les Geometres modernes divisent le demi diametre ou le raion en 10000000 de parties egales.

Definition: Trouver le Sinus, la tangeante, &c. d'un angle ou d'un arc c'est determiner la raison qu'il y a entre ces diverses lignes & le raion.

Proposition 5.

On demande le Sinus de l'angle de 45 degretz ou du demi droit.



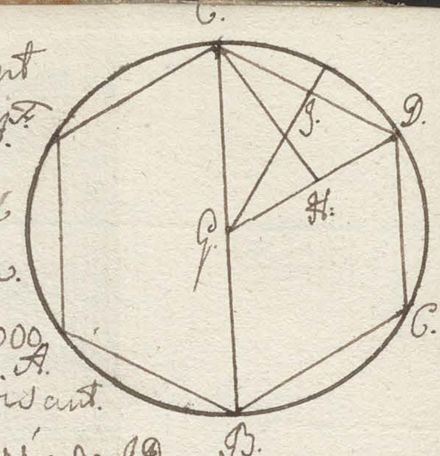
Tires deux diametres a angles droits tires la corde BC. partages la en deux parties egales en D. BD. sera le Sinus de l'angle de 45. degretz

Le quarré de BC. est egal au quarré des deux raions mais BD. etant moitie de BC. deux quarres du raion seront egaux a quatre quarres de BD. Ainsi le quarré de BD. est egal a la moitié du quarré du raion

Proposition 6.

On demande le Sinus de l'angle de 30 degrez & celui de 60. son complement.

Decrives dans le cercle un exagone régulier ABCDEF. dont le centre est G. tirez le Diametre BE. & le raion GD. qui formera au centre un angle de 60 degrez partagez C D. egalement en I. tirés G I. qui formera un angle C G I. de 30 degrez dont le Sinus est C I. moitié du coté de l'exagone c'est a dire du raion.



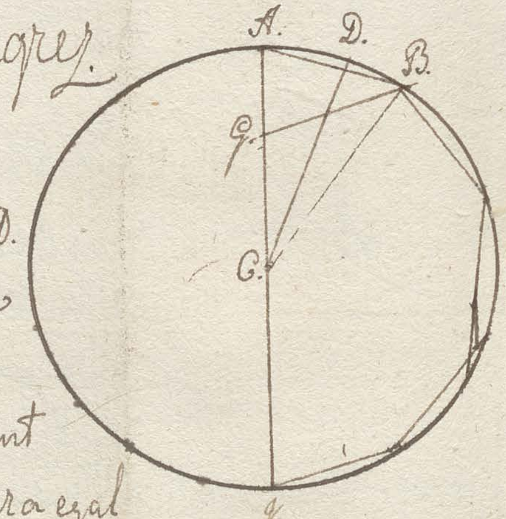
Ainsi le Sinus de 30 degrez est 5000000.

Je trouve le Sinus C H de 60 degrez en disant.

Le quarré de G C raion est egal au quarré de G H. plus au quarré de C H. Sinus cherché car C H est egal a G I. parceque D C. est a D G. comme C H. est a G I. or D C est egal a D G. C. Q. F. D.

Proposition 7

On demande le Sinus de 18 degrez



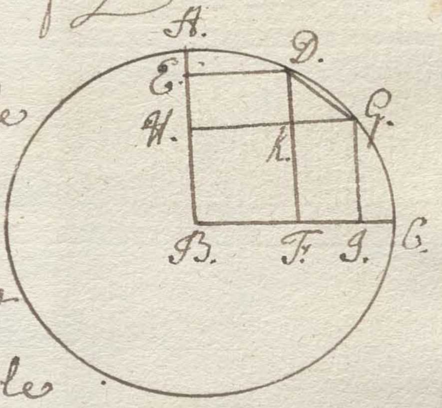
Decrives dans le cercle un decagone regulier dont A B. soit un des cotes. tires les raions A C. C B. partages egalement A B. en D. tires la perpendiculaire C D. A B. est la corde de 36 degrez & A D. le Sinus de 18. degretz. Divisés l'angle B. egalement par la ligne B G. & l'angle A G B. sera egal a l'angle total C. plus G B C. il aura ainsi 72. degrets puisque l'angle C. est de 36. degrez aussi bien que l'angle C B G. il sera donc egal a l'angle A. Et par consequent par la prop. 3a du 6me livre A C. sera coupé en moienne & extreme raison & G C sera egale a A B. Car G B. A B. & C G. sont egales les deux triangles G B. G C B. sont Isocelles, & les deux triangles A C B. & A G B. sont semblables car l'angle A. est commun & les angles A G B et A B C. sont de 72. degrez.

Le triangle A C B. Isocelle a les angles sur la base de 72 degrés

Donc AC : AB :: AB : AG. & puisque AB = est egal a CG. donc AC : CG :: CG : AG. Donc AC $\times$ AG. = q. CG = q. AB = 4 q AD. Sinus de 18. degrez & le Sinus de son complement 72. sera ensuite trouvé. C. Q. F. F.

Proposition 8.

On demande le Sinus de 12. degrez

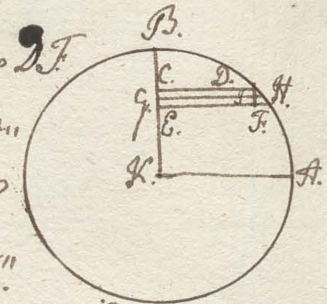


Ayant tiré les deux raions AB & BC. perpendiculaire, prenez sur le car de cercle AC. un arc AD. de 30. degrez. dont le Sinus est CD. connu par la prop. 6me. comme aussi DF. sinus du complement savoir de 60 degrez. Prenez ensuite sur le meme cercle & de même part un arc AG. de 54. degrez dont le Sinus GH. est connu puisqu'il est le complement de celui de 36. moitie de 72. & double de 18. par la prop. 7me. comme aussi le Sinus GI. de son complement de 36. degrez. Or l'arc DG. est de 24. degrez et DG. est sa corde. Or HK. est egal a ED. & IK est egal a GI. etant les cotes opposes de parallellogrames. Or le quarré DG. = au q. DK. + q KG. Donc la corde DG. de 24 degrez etant connus le sinus de l'arc de 12. degrez. C. Q. F. F.

Proposition 9.

Connoisant deux Sinus qui ne diferent que de 45 minutes trouver un Sinus intermediaire.

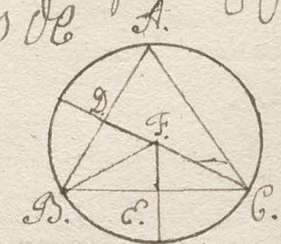
On connoit les deux Sinus CD. & F. qui ne diferent entre eux que de 45 minutes. Tires la ligne perpendiculaire DF. Les differences seront comprises entre cette perpen- diculaire & la periferie DHF. & com l'arc DF ne surpasse pas 45 minutes il ne difere pas sen- siblement de lignes droites & peuvent etre considerés comme telles & perconsequent formet des triangles rectilignes semblables & ainsi la difference des deux arcs donnes est a la difference d'un arc intermediaire, comme la difference des sinus donnes est a la difference du sinus moien. par la meme voie on trouvera des sinus qui ne se surpaseront que d'une minute c'est a dire de la 60 partie d'un degrez. C. Q. F. F.



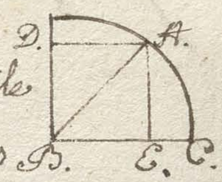
Aiant trouve les sinus droits de tous les angles il est aise de decou- vrir les sinus vers les tangantes & les secantes de tous les angles.

Proposition 10.

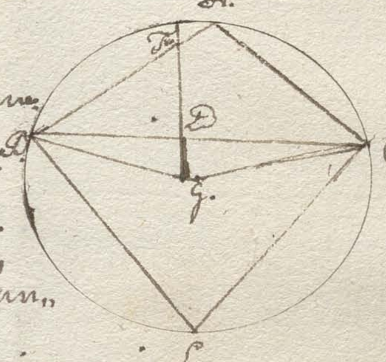
Dans tous les triangles rectilignes les cotés sont proportionels aux sinus des angles oppo- ses. Savoir AB : a BC :: le sinus de l'angle ACB. est au sinus de l'angle BAC.



Formes l'angle BFC. au centre. & tires les per- pendiculaires DF. FE. alors les lignes BD. BE. seront les sinus des angles au centre BFD. & BFE. ou de l'angle total a la periferie C. & A. mais ses sinus sont moitie des cordes de leur arcs ou cotes du triangle dont la moitie est a la moitie comme le tout est au tout, ou le sinus est au sinus comme le coté est au coté.



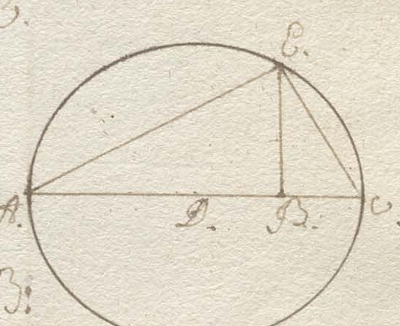
Si le triangle etoit rectangle en C aiant decrit un cercle du centre B. & de l'interval BA. AB sera le sinus totus ou de l'angle droit & AE est le sinus de l'angle ABE & BE. ou AD est le sinus de l'angle ABD. qui est alterne, & egal a l'angle BAE c'est a dire le sinus totus AB. est au sinus de l'angle ABE savoir AE comme AB. est a AE.



Si le triangle est obtusangle il en sera de meme. Dans la figure, GD. etant perpendiculaire sur BC. BD. sera le sinus de l'angle BGD. ou de son egal BEC. a la periferie. Mais l'angle optus A. a le meme sinus que l'angle aigu qui E. est son complement a deux droits. Donc BD est le sinus de l'angle obtus A. Ainsi le raisonnement fait dans le premier raisonnement a lieu ici.

Proposition 11

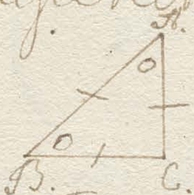
La corde est moyenne proportionelle entre le diametre & le sinus verse.



J'ai l'arc CE & sa corde CE le sinus vers CB. le sinus droit EB. je dis que CE est moyenne proportionelle entre le diametre AC. & le sinus verse CB. savoir CB: est a CE comme CE est a CA. par ce que les triangles CEA & CEB sont semblables.

Proposition 12.

Ayant les trois cotes d'un triangle rectangle trouver l'angle inconnus.



Soit AB. de 606. BC de 69. on demande le Sinus de l'angle B. donc 606: 69:: Sinus Totus est au sinus demandé B. Si l'on demande le Sinus de l'angle A. soit AB. de 606. & BC. de 200. 606: 200:: S.T. sera au sinus du complement BC. qui etant connu me donnera l'angle BAC. C.Q.F.F.

Proposition 13.

Ayant un coté AC. & les angles d'un triangle rectangle trouver BC.

Dites comme le Sinus de l'angle B ~~est~~ est au Sinus de l'angle A ainsi le coté AC. est au cote BC. demande puisque les cotes sont proportionels aux Sinus des angles opposes. C. Q. F. F.

Proposition 14.

Ayant les angles & l'hypothenuse du triangle trouver BC. & AC.

Dites comme le Sinus totus est au Sinus de l'angle B. ainsi la baze AB. est a AC. demande. C. Q. F. F.

Proposition 15.

Ayant un des cotes qui forment l'angle droit trouver l'aire du triangle rectangle.

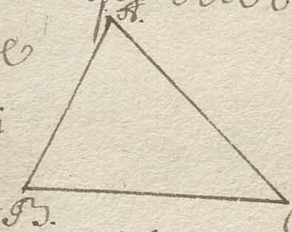
Multiplies les cotes qui forment l'angle droit l'un par l'autre

& la moitie de ce produit sera l'aire demandée puisque le triangle est la moitie du paralellograme.

Proposition 16.

Ayant dans un triangle quelconque deux cotés & un angle opposé trouver l'autre opposé pourvu qu'on sache de quelle nature il est aigu ou obtus.

On conoit AB. & AC. & l'angle C. on demande l'angle B. Dites comme AB est a AC. ainsi le Sinus de l'angle C est au Sinus de l'angle B. demandé. Or connoissant cet angle on connait le troisieme

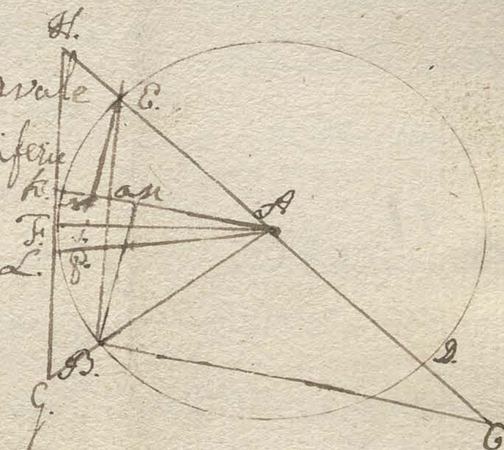


Proposition 17.

Ayant les deux memes cotés & l'angle qui le renferme trouver les deux autres angles.

Lemme 1. Dans tout triangle BAC la somme des cotés AB. & AC. est à leur difference DC. comme la tangente de la demi somme des angles opotés, et à la tangente de leur demi difference.

Du centre A décrivés le cercle de l'intervale AB. prolongés la ligne AC. à la périferie alors EC. sera la somme des deux côtés & DC. la différence & l'angle extérieur EAB est la somme des deux angles intérieurs opposés C. & ABC. Divisés l'arc EB en



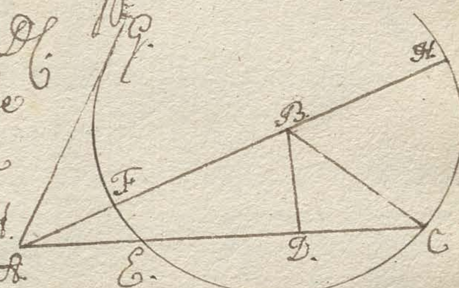
deux parties egales au point F. eleves la tangeantes FH. FG & vous aures l'angle FAB qui sera la moitié des deux angles ABC. & vous autés la tangeante GF. de l'angle FAG qui le sera par consequent de la moitie des angle ABC. & C. Tirez ensuite AK. paralelle à BC. l'angle esterieur KAG. sera égal a C son interieur opposé & KAB. égal à l'angle ABC. son alterne. Faites un angle LAG. egal a l'angle KAH. dont la difference entre les angles sera LAK. & la tangeante de la demi difference sera LF. tirez ensuite la corde BG & les deux perpendiculaires BM. NG. sur AK. qui seront les Sinus de l'angle GAK ou ABC son egal & de l'angle KAH. ou C.

Les triangles BMO. ONG sont semblable donc BM:NG::BO:OG mais les Sinus sont aux sinus comme les cotes sont aux cotes ils sont donc entre eux comme AC est a AB. qui sont ainsi comme BO a OG Donc componendo & dividendo. EC:DC::BG:OP. ou comme BS. est a SP. Mais BS est parel a GF. donc BS. est a SP. comme FG. FL. Donc EC la somme des deux cotes est a leur difference comme la tangeante de la moitie des deux angles savoir GF. est a la tangeante FL de la moitie de la difference des memes angles. C.Q.F.D.

Corollaire. Cette proposition sert a resoudre le triangle dont on connoit deux cotes & l'angle qu'ils renferment: pour cet effet additionnes la somme des deux cotes prenes en la difference prenes la somme des deux angle inconnu cherces dans les tables la tangeante de la moitie & faites la regle de trois & vous aures la tangeante delamoitiedeladifference desangles C. Q. F. F.

Proposition 18.

Si dans un triangle ABC. on mene de l'angle op-posé sur le plus grand coté une perpendiculaire BD. je dis que le grand coté AC. sera a la somme des deux autres cotes AB. BC. ou AH comme leur difference AF est a AE la difference des segments AD. DE.



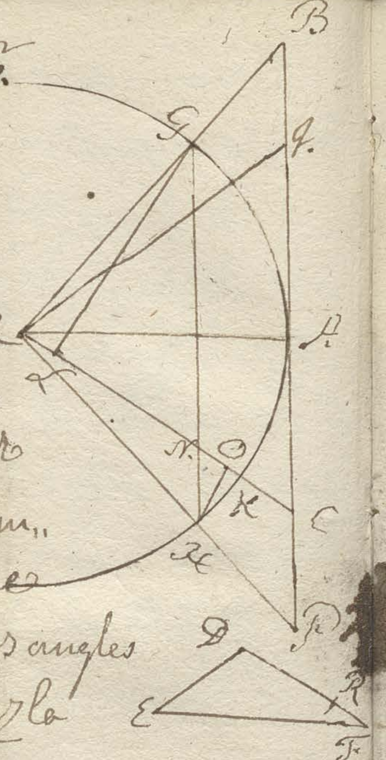
Apres avoir fait le cercle & tiré la tangeante AG. dites par la prop: 36. 3 Euclid. le quarré de la tangeante AG. est egal au rectangle de AH. par AF. comme aussi au rectangle de AC. par AE. Donc ses deux rectangles sont egaux & par la proposition 16. 6. Euclide AC. est a AH. comme AF est AE. C. Q. F. D.

Corollaire. Cette proposition sert a decouvrir les trois angles d'un triangle dont on connoit les trois cotes. Puisqu'on connoit tous les cotes on a la somme AH. AF la difference ainsi AC. est a AH connu comme AF. est a AE. & perconsequent AD & parconsequent encore DC. Examinant ensuite le triangle BDC rectangle dites BC: DC: : le sinus totus a un autre sinus demandé qui est celui de l'angle DBC. & celui de son complement C.

Proposition 19.

Si les tang: de deux arcs sont proport: aux Sinus des deux autres Arcs le sinus de la somme des deux ~~arcs~~ premiers arcs sera au sinus de leur difference come la tangeante de la demi somme est a la difference de ces Arcs. des seconds arcs a la tangeante

j'ai les tangeantes AB & AC. des arc GA & AK.
proportionelles aux sinus des angles E & F.
du triangle DEF. Prenes AH. egal a AG. HK.
sera la difference. GAK. sera la somme des
premiers arcs & BC. la somme de leurs. si
tangentes. Tires sur MC. les perpen: GL. HO.
qui seront les sinus des deux arcs & de leur
difference. Je dois donc prouver que GL. la som..
me de GAK. est a HO. sinus de leur difference
comme la tangeante de la demi somme des 2 angles
E & F. est au sinus de leur demi difference tirez la
corde GH.



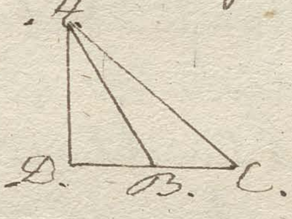
Par la supposition AB: AC :: sinus De E : sinus de F. mais le sinus
est au sinus comme le coté est au coté. Donc BA: AC :: DF: DE.
Donc componendo & dividendo. BC: CP :: DF + DE: RF.
Mais DF+DE: RF :: Tang: de la moitie de la somme des deux angles E & F. est a la
tangente de leur demi difference Donc BC: CP :: Tang: de la moitie
&c. Mais BP. est paral: a GH. & les deux triangles GNB & ONH.
sont semblables: donc GN: NH :: BC: CP. ou :: GL: OH.
Donc GL: OH :: comme la tangeante de la moitie de la somme &c.

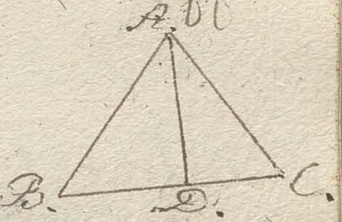
Corollaire.

Connoissant les cotes DE & DF avec l'angle D. on connoitra les
deux angles si l'on prend a discretion une tangeante AB. d'un arc
AG. & que l'on dise DF: DE :: la tang: AB: AC tang: Ce qui vous
donnera l'arc AK. Ajoutes les deux arcs AG & AK. prenes en
la difference avec ~~le sinus~~ des some de & leur difference GL. HO.
Dites donc comme GL: HO :: la tang: de la demi somme des angles
E & F. &c.

Proposition 20.

En tout triangle le Sinus totus est au Sinus du complement d'un angle comme deux rectangles formes des deux cotes qui comprenoyent l'angle sont au deux quarres des deux cotes moins le quarré du coté opposé.



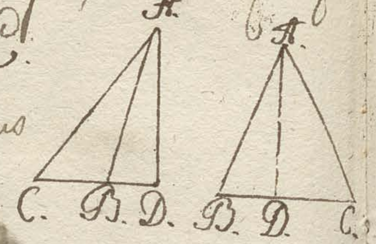


Abaisses la perpendiculaire AD. & supposons l'angle ABC. aigus. Par la prop 13. liv. 2. Euclide les deux quarres AB. BC. moins le quarrer AC sont egaux a deux rectangles de BC. par BD. puisque q. AB + q. BC = q. AC + 2. r. BC X BD. Il faut donc prouver que le Sinus totus est au Sinus du complement de l'angle B. comme deux rectangles de AB par BC est a deux rectangles de BC. par BD. Remarques que l'angle BAD est le complement de l'angle B. & BD est son sinus comme AB est le sinus totus. Ainsi Sin: tot. Sin: comp:: AB: BD. Mais le tout est au tout comme le multiplié est au multiplié Donc le sinus totus est au sinus du complement comme 2. AB: 2. BD. ou comme 2. AB X BC
multipliés par BC
est a 2 BD. C. Q. F. D.

Supposons que l'angle ABC obtus. Tires AD perp: sur BC prolongée DAB. est le complement de ABD. ou ABC. Il faut prouver que le sinus totus est au sinus de l'angle DAB. comme deux rectangles de AB. par BC. son a deux rectangles de BC. par BD. difference du q. AC. & des q. AB + q. BC. puisque les quarres AB. BC. par la prop: 12. liv. 2. Euc: joins a deux rectangles de BC. par BD sont egaux au quarré AC.

Proposition 21.

En tout triangle le sinus totus est au sinus de l'angle B. comme le coté AB. formant cet angle, est a la perp. AD. tiré de l'angle A. sur le coté BC.



Dans les triangles ABD. rectangles en D. le sinus de l'angle D. droit est au sinus de l'angle ABC. comme AB: AD. C. Q. F. D.

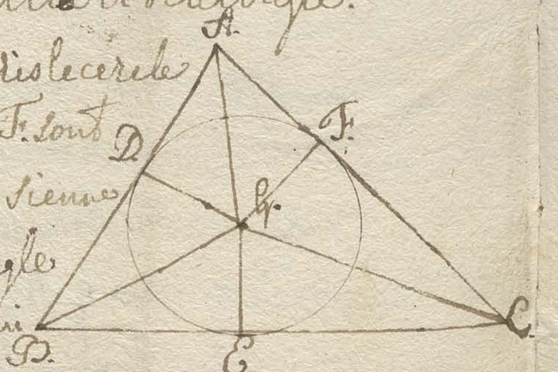
Corollaire.

Le sinus totus est au sinus de l'angle comme le rectangle formé par les cotés renfermant l'angle est a deux fois l'aire du triangle puisque si le sinus totus est au sinus de l'angle comme AB: AD. ils seront aussi comme AB multiplié par BC. est a AD multiplié par BC. mais AD multiplié par BC. est le double du triangle par la 41 prop. 1. liv. Euclide. si donc nous connoissons AB. BC. & les angles renferm. nous aurons l'aire du triangle

Proposition 22.

Comme le sinus totus est a la tangeante du demi angle vertical ainsi le rectangle compris sous la demi some des cotes & sous l'exces de la demi somme au dessus du côté opposé, est a l'aire du triangle.

Dans le triangle ABC. ayant decrit le cercle DEF. BE & DB. DA & AF. CE & CF. sont tangentes & egales chacune a la sienne & l'angle DAG. est la moitié de l'angle BAC. De même BE & AD sera la demi



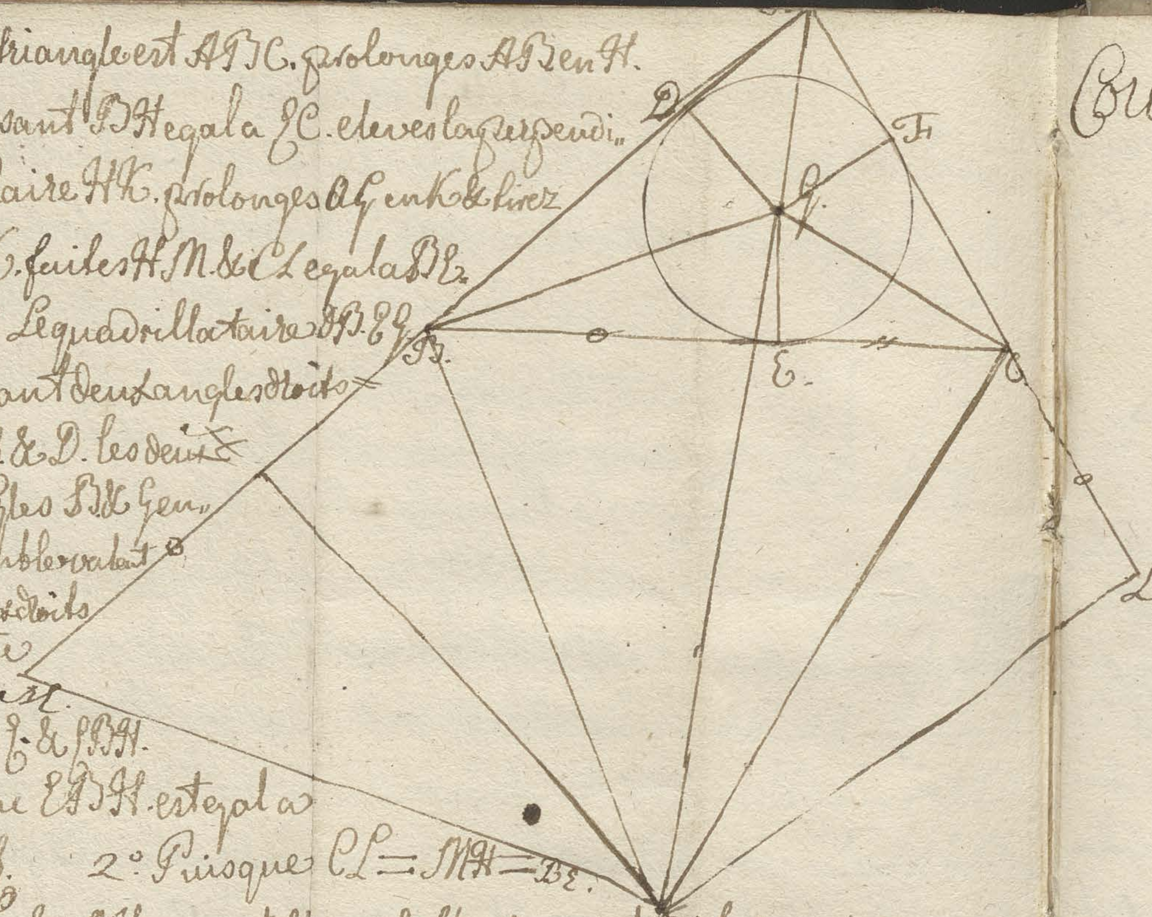
somme des cotés les cotés car AD. BE. EC. sont egaux a AF. BD. FC. six lignes qui forment les trois cotes. Enfin AD est la difference entre la demi somme & le coté opposé BC. je dis donc que le sinus totus ou le raion est a la tangent du demi angle BAC. comme le rectangle compris sous la demi somme des cotes et sous la difference AD. est a l'air du triangle.
Dans le triangle ADG. AD: DG: : sin: tot: tag: de l'angle DAG mais comme AD et DG. commune hauteur de la demi somme des cotes ainsi le rectangle par AD et par la demi somme, est au rectangle par DG. & par la demi somme qui est egal au triangle ABC. Car AD est à DG: : comme AD multiplié par la moitie des cotes est a DG multiplié par la moitie des cotes puisque DG multiplié par DA donne le quadrillatèir DF. & par FC. le quadrillatair FG & par BE le quadrillatairé GD. Donc le sinus totus est a la tangent du demi angle vertical BAC. &c.

Corollaire – Trouver l'air du triangle les trois cotes étant donnés. Chercher d'abord l'angle et ajoutes les trois cotés prenez en la moitié dont vous retrancheres la baze BC. & vous aures AD. & alors dites comme le sinus totus &c. BC = 30 AC = 15. AB = 20. En addicionant les cotes vous aurés 65. dont la moitie est 32 1/2 dont soustraisant la baze il restoit 2 1/2 &c.

Proposition 23.

L'aire du triangle est moyenne proportionelle entre la demi some des cotes multiplie par la difference d'un des cotes, & les differences des autres cotes

Le triangle est ABC. prolonges AB en H.
faisant BH egal a EC. eleves la perpendi-
culaire HK. prolonges AG en K & tirez
BK. faites HM & CL egal a BE.
1° Le quadrillataire DBEG
ayant deux angles droits
en E & D. les deux
angles B & G en-
semble valant
deux droits
comme



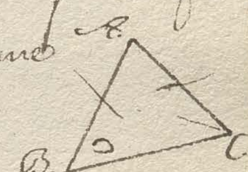
DBG & GBH.
Donc EBH est egal a
DGE. 2° Puisque CL = MH = BE.
AL & AH. seront l'une & l'autre egale a la demi somme des
cotes & les triangles AHK. ALK. seront egaux & par consequent
les angles AHK & L. sont droits & les lignes HK. KL egales. Enfin
dans les triangles BCK. BMK. les trois côtes etant egaux l'angle
MBC. a été partagé en deux parties egales & l'angle HBK est
egal a l'angle BGE. dont les deux triangles BHK & BGE sont sem-
blabes. Mais par la prop. precedent: AD × par la demi somme est
a l'aire du triangle comme AD : DG. ou comme la demi somme AH est
a HK. Donc ~~comme~~ multipliant par EG. AH. HK on aura le rectangle fait par la demi somme par AD est
a l'aire triangle ~~de ABK~~ comme AH × par EG : mais EG. BH : HK :: EG : BE le rectangle
des moyens HK & EG. sera egal au rectangle des extremes BH
ou EC par BE C.Q.F.D.

Corollaire. Connoisant les trois cotes d'un triangle on connoitra l'aire

joignes les trois cotes 21. dont la moitie est 10 ½. soustresez de cette moitie chaque côté & vous aurez 1 ½. 3 ½. & 5 ½. Faites un rectangle de la demi somme & d'une des differences 15 ¾. multipliez les deux autres differences 19 ¼. Ditez donc 15 ¾ · l'air du triangle :: l'air du triangle est a 19 ¼.

Proposition 34.

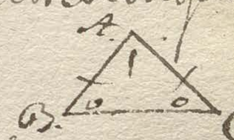
Dans un triangle quelconque on connoit deux cotes & un angle opposé on demande l'angle opposé a l'autre coté pourvu qu'on sache s'il est aigu ou obtus.



AB. & AC sont connus de même l'angle C. dites comme AB : AC :: sin. de l'angle C : sin de B. C. Q. F. F.

Proposition 35.

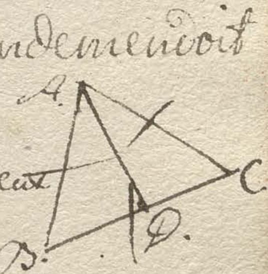
On connoit deux cotes d'un triangle & l'angle renfermé par ces cotes, on demande les deux autres angles.



Dites la somme des cotes connus AB & AC est a leur difference comme la tangeante de la demi somme des angles B. & C. est a la tangente de leur demi difference.

Proposition 36.

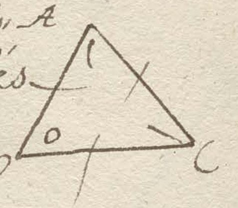
On connoit les trois cotes d'un triangle on demande les angles.



Tires une perpen: AD. qui divisera le triangle en deux triangles rectangles. Dites la baze BC est a la somme des cotes AB & AC comme leur differences est a la difference des segmens de la baze prop. 12. connoissant cette difference on connoitra les angles.

Proposition 37

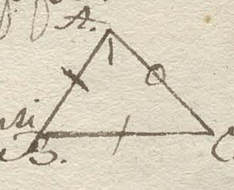
En tout triangle rectiligne, le rectangle sous la demi somme des trois cotes & sous la difference qu'il y a de la baze est au quarré du sinus totus comme le rectangle sous la difference des cotés de la demi somme est au quarré de la tangente du demi angle vertigal



Par le rectangle sous la demi somme & sous la difference de la baze AC est a l'air du triangle comme le sinus totus est a la tangent du demi angle B. prop: 22. Mais par la 23. l'air du triangle est moyen proportionel entre ce rectangle & le rectangle des differences des cotes Donc le rectangle sous la demi somme et la difference sous la baze est au rectangle sous leur differences en raison doublée du sinus totus a la tangente de l'angle vertical. Mais le quarré du sinus totus est au quarré de la tangente en raison doublée du sinus totus a la tangent. Donc le rectangle est au rectangle comme le quarré est au quarré Donc alternando le Rect par la demi somme & par la difference a la baze est au quarré du &c

Proposition 38.

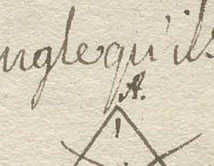
On connoit deux cotes & un des angles opposes on demende l'autre coté



Dites BC: AB: : Sin. de A: Sin. de C. l'angle B est ainsi connu Dites Sin: A: Sin: B: : BC: AC

Proposition 39.

On connoit deux cotes d'un triangle & l'angle qu'ils renferment on demande l'aire



Dites le sinus totus est au Sin: A: : le rectangle sous AB & AC est au double du triangle.

Proposition 40.

On connoit les trois cotes d'un triangle on demande l'aire

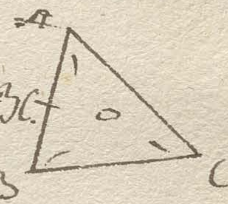
Ajoutes les trois cotes pour en faire une somme, prenez en la moitié & soustraises en chaque coté afin d'avoir leur differences.

Le rectangle compris sous la demi somme & sous une difference mul-tiplie par le rectangle compris sous les autres differences tirez en la racine quarrée qui sera l'aire du triangle

Par la prop: l'aire du triangle est moyen proportionelle &c.

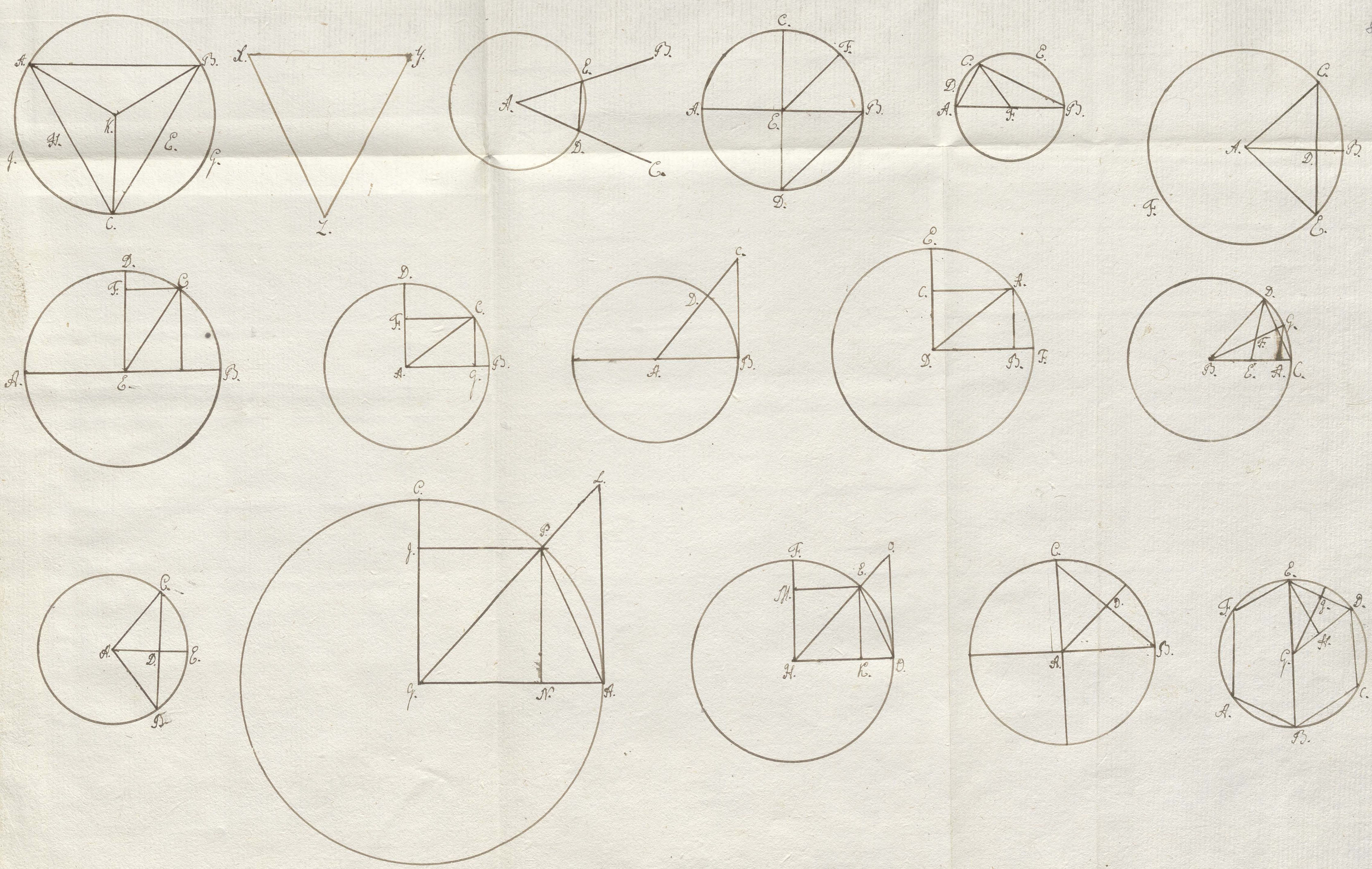
Proposition 41.

On connoit deux angles d'un triangle & un coté on demande l'aire.



Cherchez le coté BC & dites le sinus C : sin. A :: AB : BC.

De plus le s. T. : sin. B :: AB X BC. double du triangle C. Q. F. T.


A. B. K. H. E. J. G. C.
X. Y. Z.
B. E. A. D. C.
C. F. A. E. B. D.
C. E. D. A. F. B.
C. A. D. B. F. E.
D. F. G. A. E. B.
D. H. C. A. G. B.
C. D. A. B.
E. C. A. D. B. F.
D. G. F. B. E. A. C.
C. A. D. E. B.
C. L. J. P. G. N. A.
F. O. E. M. H. K. D.
C. D. A. B.
E. F. D. G. H. A. C. B.