

ВѢСТНИКЪ

* ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ *
Листъ 1.
Отд.
№ 116.
РОССКАГО РЕАКТОРА
УЧЕНИКА

МАТЕМАТИЧЕСКИХЪ НАУКЪ.

№ 25.

СОДЕРЖАНИЕ.—I. Непосредственное опредѣленіе полюсовъ магнитовъ, Петрушевскаго. II. Библиографическій указатель. III. Краткія извѣстія.

I.

НЕПОСРЕДСТВЕННОЕ ОПРЕДѢЛЕНІЕ ПОЛЮСОВЪ МАГНИТОВЪ.

§ 1.

Извѣстные труды Кулона (Coulomb) въ концѣ прошедшаго столѣтія впервые разъяснили законы распределенія магнетизма въ искусственныхъ магнитахъ; Біо (Biot), разсматривая магнитъ съ теоретической точки зрѣнія, успѣлъ вывести уравненіе кривой, выражающей измѣненія свободного магнетизма отъ концовъ магнита къ безразличной точкѣ, и показалъ, что эмпирическая кривая, выведенная изъ наблюденій Кулона, согласуется съ теоретической замѣчательно точно (принимая въ соображеніе способъ наблюденія). Предполагая магнитъ под-
верженнымъ дѣйствію земнаго магнетизма, и зная видъ этой кривой, можно опредѣлить полюсы магнита. Если предположимъ, что кривая, о которой мы говоримъ, обращается около геометрической оси магнита, (предполагая его цилиндрическимъ), то центръ тяжести площади, ограниченной кривою, опишетъ очевидно окружность, перпендикулярную къ оси магнита; центръ этой окружности есть полюсъ магнита.

Классическіе труды Кулона долго оставались безъ всякихъ дополненій относительно опредѣленія полюсовъ; Купферъ (1), наблюдая распределеніе магнетизма по методу Кулона, придумалъ въ то же время способъ опредѣленія безразличной точки, или точнѣе сказать — точки, раздѣляющей по поламъ разстояніе между полюсами. Купферъ замѣтилъ, что эта средняя точка, а слѣдовательно и полюсы перемѣщаются подъ вліяніемъ земнаго магнетизма.

Кольке (2), принимая притяженіе небольшого кусочка желѣза за мѣру магнитнаго напряженія въ различныхъ точкахъ магнита, изслѣдовалъ распределеніе магнетизма въ стальныхъ магнитахъ, а также и въ конечныхъ плоскостяхъ электромагнитовъ. Эти изслѣдованія сообщили кое какія новыя частности, не измѣняя общихъ результатовъ, достигнутыхъ Кулономъ. Ламонтъ (3), употребляя тотъ же способъ — снова подтвердилъ справедливость формулы Біо и замѣчаній Кольке, — что ребра магнитовъ, имѣющихъ форму параллелепипеда, притягиваютъ сильнѣе плоскостей.

Но ни въ этихъ трудахъ, ни въ какихъ другихъ, исключая одного, сколько мнѣ извѣстно, не было изложено способовъ непосредственнаго опредѣленія полюсовъ.

Фейлицъ (4) первый придумалъ методу непосредственнаго опредѣленія, хотя весьма несовершенную. Онъ устанавливалъ стрѣлку наклоненія такъ что земной магнетизмъ не могъ дать ей никакого опредѣленнаго направленія. Потомъ въ нѣкоторомъ разстояніи отъ стрѣлки и въ плоскости ея движенія онъ располагалъ испытуемый магнитъ; тогда стрѣлка поворачивалась однимъ изъ своихъ концовъ къ точкѣ магнита, которую Фейлицъ и принималъ за полюсъ. Затѣмъ онъ придумалъ другую методу, употребляя для опредѣленія полюсовъ кусочки стальной намагниченной проволоки въ 3 миллим. длины. Подобный кусочекъ, привязанный къ тонкой шелковинкѣ, вися свободно, принималъ вертикальное положеніе. Коль скоро внизу былъ подкладываемъ магнитъ, намагниченная проволока, притягиваясь къ полюсу, вообще выходила изъ вертикальнаго по-

(1) Annales de Chimie XXXVI. 50. Kupffer.

(2) Poggendorff's Annalen LXXXI. 321. Kolke.

(3) Poggendorff's Annalen LXXXIII. 354—374. Lamont.

(4) Poggendorff's Annalen LXXVIII. 29. Feilitzsch.

ложенія, исключая того случая, когда полюсъ находился на одной вертикальной съ нею. Фейличь опредѣлялъ по обоимъ способамъ полюсы своего магнита и эти опредѣленія были согласны между собою.

Повторяя эти опыты я замѣнилъ висящія стрѣлки плавающими вертикально, укрѣпляя ихъ на маленькихъ стеклянныхъ поплавкахъ; нельзя сказать, чтобы это средство было точнѣе предыдущаго, но по крайней мѣрѣ оно удобнѣе, потому что когда пущены въ сосудъ съ водою два такихъ поплавка, обращенные разноименными полюсами вверху, и на края сосуда положенъ горизонтально магнитъ, поплавки сами движутся къ соответственнымъ полюсамъ и устанавливаются подъ ними.

Вмѣсто стрѣлки Фейлича, независимой отъ земнаго магнетизма, я употреблялъ съ такимъ же успѣхомъ обыкновенную стрѣлку склоненія, повѣшенную приблизительно за одинъ изъ полюсовъ. Передъ стрѣлкою, въ горизонтальной же плоскости и перпендикулярно меридіану, я помѣщалъ испытуемый магнитъ и двигалъ его до тѣхъ поръ пока стрѣлка не приходила въ первоначальное положеніе; тогда она концемъ своимъ приблизительно была обращена къ полюсу магнита. Всѣ эти способы, какъ будетъ скоро доказано, даютъ слишкомъ грубые результаты.

§ 2.

Если магнитныя силы одной половины магнита направлены къ отдаленной магнитной точкѣ, или наоборотъ, то дѣйствіе ихъ всѣхъ можетъ быть замѣнено дѣйствіемъ одной силы, проходящей черезъ вѣтшнюю точку и пересѣкающей ось магнита въ другой точкѣ, которая называется *полюсомъ*. Въ этомъ случаѣ силы могутъ быть приняты за параллельныя, полюсъ будетъ центромъ параллельныхъ силъ и мѣсто его не зависитъ отъ положенія точки относительнаго магнита. Такъ какъ магнитныя силы сосредоточены на небольшомъ пространствѣ къ концу магнита, а наибольшія изъ нихъ даже на весьма маломъ, то силы могутъ быть приняты за параллельныя при разстояніи вѣтшней точки, сравнительно небольшомъ. На этихъ соображеніяхъ я основывалъ свои послѣдующіе способы опредѣленія полюсовъ; что касается способовъ Фейлича, то они, также какъ и сдѣланные мною измѣненія, имѣютъ одинъ общій недостатокъ, — направленія стрѣлокъ весьма различаются отъ направленія равнодѣйствующей и на неизвѣстную величину. Стрѣлка принимаетъ направленіе, заключающееся внѣ угла, составленнаго линіями, проведенными изъ полюса стрѣлки къ полюсамъ магнита, предполагая, что другой полюсъ стрѣлки совпадаетъ съ точкою притягива. Въ случаѣ двухъ свободныхъ полюсовъ дѣйствіе сложное, но равнодѣйствующая и тогда не совпадаетъ со стрѣскою.

Достаточно привести одинъ слѣдующій рядъ опредѣленій, сдѣланныхъ по этой методѣ, чтобы доказать ея неосновательность.

Испытуемый магнитъ имѣлъ форму цилиндра съ заостренными концами; длина его 8,15 дюйма, толщина 2,5 линій; стрѣлка 2,2 дюйма длины повѣшена была за сѣверный полюсъ (приблизительно за точку, отстоящую отъ конца на $\frac{1}{6}$ длины стрѣлки); опредѣляется мѣсто сѣвернаго полюса магнита:

Разстояніе конца стрѣлки отъ магнита (въ линіяхъ)	10	14	19	30	36
Стрѣлка указываетъ разстояніе полюса отъ конца магнита (въ линіяхъ)	6,2	6,2	5,2	1,8	0,0

Нѣтъ надобности останавливаться на этихъ способахъ, которые только на первый взглядъ могутъ казаться нелишними основанія; они съ нѣкоторою пользою могутъ служить только для приблизительнаго опредѣленія полюсовъ очень длинныхъ магнитовъ и для нагляднаго объясненія полюсовъ на публичныхъ лекціяхъ.

§ 3.

Предметъ настоящаго труда есть изложеніе точныхъ способовъ непосредственнаго опредѣленія полюсовъ магнитовъ всякихъ размѣровъ, а также электромагнитовъ и соленоидовъ. Въ основаніи ихъ всѣхъ лежитъ одно общее начало: стрѣлка и магнитъ располагаются параллельно, или взаимно перпендикулярно; тотъ или другая перемѣщаются по извѣстному направленію до тѣхъ поръ пока взаимное дѣйствіе достигаетъ наибольшей величины; изъ относительнаго ихъ положенія выводится непосредственное заключеніе о мѣстѣ полюса.

Приступая теперь къ подробному изложенію каждаго изъ способовъ, я только условлюсь относительно нѣкоторыхъ выраженій, а именно — я буду называть *абсолютнымъ* полюсомъ центръ параллельныхъ магнитныхъ силъ, и относительнымъ полюсомъ точку приложенія составной непараллельныхъ силъ. Стрѣлку, описанную выше, я буду называть меридіональной. Во всемъ послѣдующемъ, вездѣ, гдѣ передъ словомъ *полюсъ* не поставлено *относительный*, разумѣется абсолютный полюсъ.

Первый способ опредѣленія полюсовъ.

§ 4.

Теорія. Пусть NOS (см. Фиг. 1) представляетъ горизонтальную проекцію магнита, который можетъ поворачиваться въ горизонтальной плоскости около точки O , разделяющей по поламъ разстояніе между абсолютными полюсами N, S и параллельно ему расположена раздѣленная линейка MM , на которой лежатъ короткія магнитныя стрѣлки m, m', m'' , перпендикулярно направленію MM и также въ горизонтальной плоскости. Положимъ, что стрѣлка m противостоитъ полюсу N и отталкивается его, дѣйствуя въ тоже время притягательно на полюсъ S ; это притягательное дѣйствіе уничтожается второю стрѣлкою m' , которая расположена *обратно* первой, но въ такомъ же разстояніи отъ S какъ и первая; притягательное дѣйствіе стрѣлки m' на полюсъ N уничтожается отталкивательнымъ дѣйствіемъ 3-ей стрѣлки m'' , расположенной одинаково съ первой и обратно второй, но въ такомъ же разстояніи, какъ и вторая отъ полюса N . Остающееся затѣмъ слабое притяженіе полюса S стрѣлкою m'' могло бы быть уничтожено четвертою стрѣлкою, приличнымъ образомъ расположенною, и т. д.; теоретически, число стрѣлокъ можетъ быть произвольнымъ, и потому дѣйствіе стрѣлки m на полюсъ S можетъ быть считасмо уничтоженнымъ. При такихъ условіяхъ стрѣлка m будетъ производить наибольшее отталкиваніе, когда будетъ находиться въ кратчайшемъ разстояніи отъ точки N , т. е. въ томъ мѣстѣ, гдѣ она изображена на Фиг. 1. Вообще въ какомъ нибудь положеніи стрѣлки $n's'$ (Фиг. 2) дѣйствіе ея на полюсъ N выражается формулою:

$$p \left(\frac{\sin^2 \alpha}{(nN)^2} - \frac{\sin^2 \beta}{(sN)^2} \right),$$

гдѣ p коэффициентъ, зависящій отъ магнитнаго напряженія стрѣлки и магнита, α и β углы $PNn', PN's'$; называя $\beta - \alpha = \gamma$, имѣемъ:

$$p \left(\frac{\sin^2 \alpha}{(nN)^2} - \frac{\sin^2(\alpha + \gamma)}{(sN)^2} \right) = T:$$

полное дѣйствіе стрѣлки $n's'$ на полюсъ N .

Еслибы мы положили $\gamma = 0$, не обращая вниманія на физическое значеніе этого предположенія, то очевидно увеличили бы значеніе предъидущей формулы; но $p \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{(nN)^2} - \frac{1}{(sN)^2} \right)$ очевидно меньше $p \left(\frac{1}{(nN)^2} - \frac{1}{(sN)^2} \right)$ т. е. дѣйствія стрѣлки $n's'$ на полюсъ N , а потому и T по большей причинѣ меньше этой послѣдней величины.

Относительно расположенія стрѣлокъ замѣтимъ, что если примемъ половину разстоянія между полюсами за единицу, то и разстояніе первой стрѣлки отъ точки O (Фиг. 1) будетъ 1; разстояніе 2-ой стрѣлки отъ той же точки очевидно равно $1 + 2 = 3$, третьей стрѣлки $= 4 + 1 = 5$ и вообще n -ой $= 2n - 1$. Магниты 2-ой, 4-ой и вообще четнаго порядка расположены одинаково, т. е. обращены одноименными полюсами въ одну сторону, стрѣлки же нечетнаго порядка расположены обратно первымъ.

Теперь опредѣлимъ сколько стрѣлокъ нужно употребить, для того, чтобы свободное дѣйствіе послѣдней было въ k разъ слабѣе дѣйствія первой. Положимъ, что разстояніе между полюсами магнита $= 2L$, длина каждой изъ стрѣлокъ $= l$, разстояніе между опредѣленнымъ полюсомъ магнита и ближайшимъ полюсомъ стрѣлки $= D$, наконецъ пусть m и M будутъ магнитныя напряженія стрѣлки и магнита. Дѣйствіе первой стрѣлки на ближайшій полюсъ магнита выразится чрезъ

$$mML \left(\frac{1}{D^2} - \frac{1}{(D+l)^2} \right) = MmL \frac{2Dl + l^2}{D^2(D+l)^2}.$$

Дѣйствіе n -ой стрѣлки на магнитъ будетъ:

$$mML \left(\frac{\cos \alpha}{D^2 + 4n^2 L^2} - \frac{\cos \beta}{(D+l)^2 + 4n^2 L^2} \right),$$

гдѣ α и β углы, составленныя линіями, соединяющими оба полюса стрѣлки съ отдаленнымъ полюсомъ магнита и линією перпендикулярною магниту; что касается до $4n^2 L^2$, — это есть ничто иное какъ квадратъ разстоянія n -ой стрѣлки отъ перпендикуляра, опущеннаго изъ отдаленнаго полюса на линейку. Здѣсь предполагается, что напряженіе всѣхъ магнитныхъ стрѣлокъ одинаково и равно m .

Для довольно значительнаго D и малаго l можно положить $\alpha = \beta$; въ такомъ случаѣ:

$$\frac{2Dl + l^2}{D^2(D+l)^2} = k \cos \alpha \left(\frac{1}{D^2 + 4n^2 L^2} - \frac{1}{(D+l)^2 + 4n^2 L^2} \right) = k \cos \alpha \left(\frac{2Dl + l^2}{(D^2 + 4n^2 L^2) \{ (D+l)^2 + 4n^2 L^2 \}} \right),$$

произведя дѣйствія и расположивъ члены по степенямъ n получимъ:

$$n^4 + \frac{(D+l)^2 + D^2}{4L^2} n^2 = (k \cos \alpha - 1) \frac{D^2 (D+l)^2}{16 L^4},$$

откуда

$$n = \sqrt{-\frac{(D+l)^2 + D^2}{8L^2}} + \sqrt{\left[\frac{(D+l)^2 + D^2}{8L^2}\right]^2 + (k \cos \alpha - 1) \frac{D^2 (D+l)^2}{16 L^4}};$$

отбрасывая l подъ вторымъ знакомъ корня и производя дѣйствія, имѣемъ:

$$n = \frac{1}{2L} \sqrt{-\frac{(D+l)^2 + D^2}{2}} + D^2 \sqrt{k \cos \alpha}, \quad \text{но } k \cos \alpha = \frac{D}{\sqrt{D^2 + n^2 L^2}},$$

слѣдовательно:

$$n = \frac{1}{2L} \sqrt{-\frac{(D+l)^2 + D^2}{2}} + D^2 \sqrt{\frac{DK}{\sqrt{D^2 + n^2 L^2}}}.$$

Вычисляю величину n для различныхъ частныхъ случаевъ слѣдующимъ образомъ, предполагая что $k=100$, т. е. что дѣйствіе отдаленной стрѣлки въ 100 разъ слабѣе первой. 1. Для разстоянія $D=L=5l$, вставляю вмѣсто n во вторую часть первое число, больше единицы т. е. 2, и получаю: $n = \frac{1}{10} \sqrt{136,7} = 1,17$. Можно бы полученное число вставить во вторую часть и, произведя еще разъ означенныя дѣйствія, получить болѣе точную величину n , но очевидно, что новое число будетъ незначительно болѣе 1,17, и потому для данного случая употребленіе двухъ стрѣлокъ даетъ точность болѣе требуемой. 2. Подобнымъ образомъ для разстоянія $D=2L=10l$, взявъ вмѣсто n предварительно число 3, вычисляю вторую часть и получаю $n=2,1$, т. е. въ этомъ случаѣ 3-хъ стрѣлокъ болѣе чѣмъ достаточно. Величины D назначены не произвольно; онѣ взяты изъ опытовъ, показывающихъ, что въ этихъ случаяхъ силы мало различаются отъ параллельныхъ.

§ 5.

Определеніе абсолютнаго полюса по этой методѣ основывается на томъ, что изъ всѣхъ положеній отдаленной системы стрѣлокъ, то, которое изображено на Фиг. 1, произведетъ наибольшее притягательное, или отталкивательное дѣйствіе, и это сводится на выполненіе условія: будетъ ли измѣненіе дѣйствія 1-ой стрѣлки на ближайшій полюсъ всегда преобладать, во время передвиженія, надъ измѣненіемъ дѣйствія стрѣлки наиболѣе удаленной?

Для сравненія дѣйствія 1-ой стрѣлки и n -ой положимъ что NS , (Фиг. 3) разстояніе между полюсами, $= 2L$, что 1 означаетъ мѣсто первой стрѣлки и n мѣсто n -ой стрѣлки. Пусть D означаетъ разстояніе между магнитомъ и параллельною ему линейкою, D_1 — разстояніе первой стрѣлки отъ ближайшаго полюса, D_n — разстояніе n -ой стрѣлки отъ дальнѣйшаго относительно ея полюса; назовемъ α и β углы, составленные линіями D_1 , D_n съ D , и наконецъ z разстояніе D_1 отъ основанія D .

Для простоты разсмотримъ дѣйствіе только ближайшихъ полюсовъ стрѣлокъ 1-ой и n -ой, которое обозначимъ чрезъ W_1 и W_n .

Такъ какъ $\cos \alpha = \frac{D}{D_1}$, а $\cos \beta = \frac{D}{D_n}$; то $W_1 = \frac{D}{D_1^5}$, $W_n = \frac{D}{D_n^3}$;

но $D_1 = (D^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$; $D_n = [D^2 + (2nL + (2n-1)z)^2]^{\frac{1}{2}}$,

слѣдовательно $W_1 = \frac{D}{(D^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}$; $W_n = \frac{D}{\{D^2 + (2nL + (2n-1)z)^2\}^{\frac{3}{2}}}$;

$$\frac{\partial W_1}{\partial z} = -\frac{3Dz \partial z}{(D^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}; \quad \frac{\partial W_n}{\partial z} = -\frac{3D(2nL + (2n-1)z)(2n-1) \partial z}{\{D^2 + (2nL + (2n-1)z)^2 + D^2\}^{\frac{5}{2}}};$$

$$\frac{\partial W_1}{\partial W_n} = z \frac{\{D^2 + (2nL + (2n-1)z)^2 + D^2\}^{\frac{5}{2}}}{(D^2 + z^2)^{\frac{5}{2}} (2nL + (2n-1)z)(2n-1)};$$

но отношеніе $\frac{W_1}{W^n} = Q = \frac{\{D^2 + (2nL + (2n-1)z)^2\}^{\frac{3}{2}}}{(D^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$

всегда можетъ быть сдѣлано болѣе 100, какъ было доказано въ § 4, слѣдовательно:

$$P > 100 \frac{z \{ (2nL + (2n-1)z)^2 + D^2 \}}{\{ 2nL + (2n-1)z \} (2n-1) (D^2 + z^2)}$$

Вставляя въ эту формулу различные числа вмѣсто D и L , взятыхъ изъ опыта, мы постоянно будемъ получать P болѣе нѣсколькихъ единицъ и часто даже нѣсколькихъ десятковъ единицъ, что и доказываетъ, что измѣненіе дѣйствія 1-ой стрѣлки всегда преобладаетъ. Для примѣра возьмемъ $D = 2L = 20z$; для этого случая $P > 12,8$, причемъ мы принимаемъ $n = 3$, — условіе, при которомъ $Q > 100$.

Этотъ выводъ полученъ только для ближайшихъ полюсовъ стрѣлокъ, но очевидно, что отношеніе P , при l маломъ относительно D , немного измѣнится отъ вставки $D+l$ вмѣсто D , и выведенное выше заключеніе останется въ полной силѣ, т. е. что при измѣненіи въ положеніи системы стрѣлокъ всегда преобладаетъ дѣйствіе первой.

§ 6.

Метода наблюденія. Прежде всего нахожу по способу Купфера точку, раздѣляющую пополамъ разстояніе между полюсами испытуемаго магнита. Считаю небезполезнымъ изложить въ нѣсколькихъ словахъ этотъ способъ. Чувствительная магнитная стрѣлка помѣщается надъ горизонтальной доской, на которой проведено нѣсколько параллельныхъ линій и одна всѣмъ имъ перпендикулярная. Доска устанавливается такъ что направленіе стрѣлки совпадаетъ съ одной изъ параллельныхъ линій и точка привѣса приходится надъ пересѣченіемъ этой линіи съ другою, къ ней перпендикулярною. Испытуемый магнитъ кладется на одну изъ параллельныхъ чертъ, въ болѣе, или менѣе значительномъ разстояніи отъ стрѣлки, сѣвернымъ концомъ къ сѣверу, и передвигается вдоль черты до тѣхъ поръ, пока магнитная стрѣлка установится въ меридіанѣ. Тогда средняя точка магнита будетъ находиться на пересѣченіи меридіональной линіи съ перпендикуляромъ. Послѣ этого я нахожу приближенно мѣсто одного изъ полюсовъ помощью меридіональной стрѣлки (§ 3), привѣшиваю магнитъ за среднюю точку, и такъ какъ она обыкновенно не совпадаетъ съ центромъ тяжести, то привожу магнитъ въ горизонтальное положеніе посредствомъ прибавочныхъ тяжестей. Стремя, въ которомъ лежитъ магнитъ, оканчивается внизу проволокою съ мѣдною пластинкою, опущенной въ масло; магнитъ прикрытъ стекляннымъ футляромъ.

Параллельно магниту устанавливается раздѣленная линейка, по которой движутся стрѣлки, расположенныя перпендикулярно къ ней. Первая стрѣлка располагается противъ приближенного мѣста полюса, такъ чтобы магнитъ отталкивался; при этомъ замѣчается на линейкѣ разстояніе отъ точки означенной на Фиг. 1 буквою O' ; вторая стрѣлка располагается обратно первой на тройномъ разстояніи отъ точки O' и третья обратно второй на пятерномъ разстояніи отъ той же точки. Всѣ стрѣлки лежатъ въ горизонтальной плоскости, проходящей чрезъ ось магнита.

Магнитъ отклоняется на извѣстный уголъ отъ меридіана, но для того, чтобы онъ всегда сохранялъ первоначальное положеніе, необходимость чего будетъ доказана въ послѣдствіи, — со стороны противоположной стрѣлкамъ располагается въ отдаленіи магнитъ, посредствомъ котораго висящій магнитъ постоянно приводится въ плоскость меридіана. Для наблюденія этого съ точностію, къ магниту приклеена тонкая стеклянная нить, на которую наводится микроскопъ съ перекрестными нитями.

Послѣ каждаго приведенія магнита въ меридіанъ первая стрѣлка передвигается немного или къ точкѣ O' , или отъ нее (Фиг. 1), а другія стрѣлки передвигаются въ соответственные стороны на тройную и пятерную величины. Смотря потому куда отклоняется магнитъ, можно видѣть приближается ли стрѣлка къ полюсу, или удаляется отъ него; положеніе 1-ой стрѣлки, при которомъ происходитъ наибольшее отклоненіе указываетъ на мѣсто абсолютнаго полюса.

Справедливость этого заключенія основана на взаимномъ уничтоженіи дѣйствій стрѣлокъ, кромѣ дѣйствія первой стрѣлки на ближайшій полюсъ и послѣдней на отдаленный; но такъ какъ это уничтоженіе происходитъ только въ случаѣ установки системы стрѣлокъ относительно истиннаго полюса, то все еще остаются сомнѣнія, которыя впрочемъ устраняются слѣдующимъ короткимъ объясненіемъ.

При началѣ опыта можетъ быть одинъ изъ двухъ случаевъ: 1) приближенное мѣсто полюса далѣе истиннаго отстоятъ отъ конца, или 2) истинное мѣсто полюса находится отъ конца далѣе приближеннаго.

Въ первомъ случаѣ, когда стрѣлки установлены относительно приближенныхъ полюсовъ, дѣйствіе 2-ой стрѣлки на ближайшій къ ней полюсъ сильнѣе нежели 1-ой стрѣлки на тотъ же полюсъ и слѣдовательно это обстоятельство уменьшаетъ отклоненіе магнита, поэтому при движеніи 1-ой стрѣлки къ истинному абсолютному полюсу, отклоненіе магнита будетъ постоянно увеличиваться. Подобно тому и во второмъ случаѣ, когда движеніе стрѣлки начинается отъ точки, лежащей ближе истиннаго полюса къ краю и направляется къ полюсу, дѣйствіе ея на оба полюса магнита увеличивается; возрастаетъ вмѣстѣ съ тѣмъ и дѣйствіе второй стрѣлки на ближайшій къ ней полюсъ, но оно постоянно менѣе предыдущаго.

Эта метода требуетъ еще выполненія одного условія, именно равенства полярныхъ напряженій стрѣлокъ.

Опытъ мнѣ показалъ, что можно безъ особенной трудности сдѣлать ихъ равными до 0,01, нагревая болѣе сильныя, и намагничивая болѣе слабыя; употребивъ болѣе старанія, можно было бы еще болѣе уменьшить разность ихъ дѣйствій.

Не вдаюсь въ дальнѣйшія подробности относительно этой метода, потому что я по ней дѣлалъ немного наблюдений. Въ послѣдствіи я счелъ болѣе удобнымъ употреблять второй способъ и, основываясь на немъ, устроилъ приборъ годный для довольно точныхъ наблюдений. По первому же способу я производилъ только предварительные опыты, которые показали, что кажущееся мѣсто полюсовъ измѣняется съ разстояніемъ стрѣлки отъ магнита и вначалѣ очень быстро; кромѣ того я ознакомился съ различными особенностями наблюдений, употребляя для того приборъ съ тремя стрѣлками, сдѣланный безъ особеннаго тщанія. Самая главная трудность заключалась въ томъ, чтобы стрѣлки были передвигаемы въ соотвѣтственные стороны на величины, относящіяся между собою какъ 1: 3: 5. Для того, чтобы это можно было дѣлать скоро и безъ сотрясеній прибора, слѣдовало бы его устроить такимъ образомъ: на длинномъ мѣдномъ прутѣ нарѣзать винты съ одинаковымъ числомъ оборотовъ, ширина которыхъ относилась бы какъ 1: 3: 5; кромѣ того направленія нарѣзокъ 1-го и 3-го должны быть обратны нарѣзкамъ 2-го. На винтахъ должны быть надѣты гайки со стрѣлками. Очевидно, что при обращеніи общей винтовой оси, всѣ стрѣлки получаютъ поступательное движеніе требуемой величины и направленія.

Первая метода и слѣдующая, которую сейчасъ изложу, имѣютъ много общаго и потому изложеніе различныхъ поправокъ, общихъ имъ обоимъ, помѣщено мною ниже.

§ 7.

Теорія. Представимъ себѣ магнитъ горизонтально висѣющій такъ, что точка привѣса совпадаетъ съ однимъ изъ полюсовъ, и сбоку одну стрѣлку подвижную по направленію параллельному магниту, подобно тому какъ и въ предыдущемъ способѣ. Еслибы сказанное условіе могло быть соблюдено, то теорія способа была бы крайне проста, но вообще мы должны допустить, что полюсъ не совпадаетъ съ точкою привѣса. Пусть N и S (Фиг. 4) изображаютъ полюсы магнита, котораго точка привѣса находится въ O ; линія AB параллельна NO и находится отъ нея въ разстояніи $NC = D$. По этой линіи движется стрѣлка A ; разстояніе AC назовемъ чрезъ z и AS чрезъ R ; уголъ ASN назовемъ γ и OS чрезъ AL .

Для простоты рассмотримъ дѣйствіе только одного полюса стрѣлки A , ближайшаго къ N и одноименнаго съ нимъ. Дѣйствіе его на полюсъ S выразится чрезъ

$$AL \frac{\sin \gamma}{R^2} = AL \frac{D}{R^3} = AL \frac{D}{\{(2L+z)^2 + D^2\}^{\frac{3}{2}}} = F;$$

при движеніи, стрѣлка произведетъ движеніе въ F

$$\partial F = - \frac{3D \partial z (2L+z)}{\{(2L+z)^2 + D^2\}^{\frac{5}{2}}} AL.$$

Называя K моментъ дѣйствія A на N , получимъ изъ предыдущей формулы:

$$\partial K = - \frac{3Dz \partial z}{(D^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} (2L + AL).$$

Должно быть соблюдено условіе:

$$\frac{\partial K}{\partial F} = \frac{z \{(2L+z)^2 + D^2\}^{\frac{5}{2}}}{(D^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} (2L+z)} \cdot \frac{2L+AL}{AL} > 1;$$

$$\frac{2L+AL}{AL} > 1;$$

откуда

$$\frac{2L + AL}{AL} > \left[\frac{D^2 + z^2}{(2L + z)^2 + D^2} \right]^{\frac{5}{2}} \cdot \frac{2L + z}{z} \dots \dots \dots (A)$$

Вставивши числа изъ дѣйствительнаго опыта, можемъ всегда узнать въ какой степени можетъ быть удовлетворено требуемое условіе. Напр. для $D = 2L = 20z$,

$$\frac{2L + AL}{AL} > 2,9.$$

Еслибы требовалось, чтобы $\frac{\partial K}{\partial F} > 20$, то $\frac{2L + AL}{AL} > 58$; т. е. ошибка въ привѣшиваніи магнита не должна превосходить $\frac{1}{58}$ или круглымъ $\frac{1}{60}$ ($2L$). Въ послѣдствіи мы увидимъ, что какъ въ этомъ случаѣ, такъ и въ другихъ частныхъ случаяхъ требуемыя условія всегда могутъ быть выполнены; только въ однихъ случаяхъ $\frac{\partial K}{\partial F}$ болѣе, чѣмъ въ другихъ. Слѣдовательно измѣненія въ положеніи магнита всегда могутъ быть приписаны взаимному дѣйствию ближайшихъ полюсовъ магнита и стрѣлки.

Съ увеличеніемъ D отношеніе (A) увеличивается, и потому для большихъ разстояній стрѣлки отношеніе между измѣненіями дѣйствій на оба полюса не такъ выгодно, какъ при меньшихъ разстояніяхъ.

Если стрѣлка A будетъ находиться по правую сторону точки C , тогда предъидущее отношеніе обратится въ

$$\frac{2L + AL}{AL} > \left[\frac{D^2 + z^2}{(2L - z)^2 + D^2} \right]^{\frac{5}{2}} \frac{L - z}{-z}$$

Наконецъ если AL будетъ отрицательное, т. е. находится по правую сторону точки O , тогда первая часть неравенства будетъ $-\frac{2L - AL}{AL}$.

(Окончаніе въ слѣдующемъ N. 2)

Θ. Петрушевскій.

Библиографическій указатель.

1. *Leonhardi Euleri, Opera postuma mathematica et physica anno MDCCCXLIV detecta quae Academiae scientiarum Petropolitanae obtulerunt ejusque auspiciis ediderunt Auctores pronepotes P. H. Fuss et N. Fuss T. I et II Petropoli 1862.*

Эти 2 тома, обнимающіе всѣ неизданные доселѣ, (за небольшими исключеніями) по большей части мелкіе трактаты гениальнаго и плодовитаго Геометра, представляютъ чрезвычайное богатство содержанія, вмѣщая въ себѣ интересныя изслѣдованія можно сказать почти изъ всѣхъ отраслей чистой и прикладной математики. Мы сожалѣемъ, что недостатокъ мѣста не позволяетъ намъ помѣстить хотя-бы сокращенный указатель всего замѣчательнаго, заключающагося въ этомъ изданіи; но въ этомъ можетъ быть и не предстоитъ надобности; ибо безъ сомнѣнія оно, вмѣстѣ съ *Commentationes arithmeticae*, должно сдѣлаться необходимою настольною книгою для каждаго слѣдящаго за развитіемъ математическихъ наукъ.

2. *Теорія эллиптическихъ функцій и ея приложенія Гейриха Бетти.*—Переводъ съ итал. съ прибавленіями Г. Тиме. С. Петерб. 1861. Первый выпускъ.

Это сочиненіе, которое бы должно было войти въ списокъ математическихъ изданій въ Россіи за 1860 и 1861 гг. (представ. нами въ № 21 I-го Тома Вѣстника) и существенно обогатить его, есть собраніе лекцій, читанныхъ въ Пизанскомъ Университетѣ въ 1859—60 году и отличающихся по преимуществу простотою изложенія, не смотря на трудность самого предмета. Г. Тиме общаетъ продолженіе изданія по мѣрѣ выхода продолженія подлинника (появляющагося въ журналѣ *Annali di Matematica pura et applicata*), а въ заключеніе снабдить свой переводъ примѣчаніями на предметы только слегка затронутые Бетти. До сихъ поръ, если мы не ошибаемся, существовали только два изданія на русскомъ языкѣ, трактующія эту чрезвычайно важную отрасль математики, а именно: *Солова*, *Основанія теоріи эллиптическихъ функцій* и *Больцани* *Теорія якобевыхъ функцій* и эллиптическихъ функцій и интеграловъ, оставшаяся къ сожалѣнію неоконченною. Мы душевно желаемъ, чтобы участіе публики къ труду Г-на Тиме доставило ему возможность исполнить намѣреніе относительно изданія на русскомъ языкѣ и другихъ столь же важныхъ сочиненій изъ высшихъ частей математики.

3. Theorie der elliptischen Functionen. Versuch einer elementaren Darstellung, v. Dr. Durège. Leipzig. 1861.

Это издание можетъ быть поставлено въ параллель съ предыдущимъ, ибо оно выполняется въ отношеніи къ нѣмецкой литературѣ тотъ же недостатокъ въ полномъ начальномъ курсѣ эллиптическихъ функций, какой выполняетъ предыдущее издание въ отношеніи къ нашей. Сочиненіе это, конечно отличающееся отъ предыдущаго системою изложенія, включаетъ въ себѣ впрочемъ и новѣйшія точныя изслѣдованія о функцияхъ комплексныхъ переменныхъ Коши, Римана, Брио и Буке.—Извѣстный трудъ 2-хъ послѣднихъ названныхъ ученыхъ о двойныхъ періодическихъ и эллиптическихъ функцияхъ также появился въ настоящемъ году въ нѣмецкой обработкѣ подъ названіемъ:

4. Briot und Bouquet's, Theorie der doppelt-periodischen Functionen und insbesondere der elliptischen Transcendenten. Mit Benutzung dahin einschlagender Arbeiten deutscher Mathematiker, dargest. v. H. Fischer. Halle 1862.

5. Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes, insbesondere über Oberflächen zweiter Ordnung, von Otto Hesse Leipzig 1861.

Это прекрасное сочиненіе знаменитаго Гейдельбергскаго Профессора должно быть поставлено на ряду съ извѣстнымъ сочиненіемъ Салмона о коническихъ сѣченіяхъ, доступнымъ намъ въ переводѣ Ващенко-Захарченка; и оба вмѣстѣ могутъ быть разсматриваемы какъ необходимое введеніе къ изученію высшихъ отраслей математики. Весьма желательно было бы, чтобы и указываемое здѣсь новое сочиненіе также нашло для себя способнаго переводчика.

6. Analytische Geometrie des Raumes. enthaltend die allgemeine Theorie der krummen Flächen, der gewundenen Curven und der Linien auf den Flächen;

die Eigenschaften der Flächen zweiten Grades und der Linien auf denselben, v. Otto Boeklen. Stuttgart 1861.

Это сочиненіе, не отличающееся системою изложенія, тѣмъ не менѣе богато содержаніемъ и посвящено преимущественно приложенію высшаго анализа къ геометріи. Множество примѣровъ и указаній на источники позволяютъ рекомендовать оное какъ справочную книгу.

7. Cours de Mécanique de Sturm publié d'après le vœu de l'Auteur par Prouhet. 2 vol. Paris 1861.

Рациональная механика, какъ наиболее трудная и новая отрасль прикладной математики получаетъ въ упомянутомъ сочиненіи знаменитаго автора, по его «Cours d'Analyse», превосходное руководство, отличающееся ясностію и послѣдовательностію изложенія. Въ особенности богатъ отдѣлъ, посвященный живымъ силамъ. Въ концѣ каждаго тома ученый издатель приложилъ сокращенное указаніе содержанія, заключающихся въ оныхъ лекцій и тѣмъ существенно облегчилъ пользованіе этимъ сочиненіемъ.

8. Compendium der höheren analysis v. Dr. O. Schlömilch 2 Bände. Braunschweig 1862 1 und 2 Liefer. des I-ten Bd.

Это сочиненіе, хотя и названо 2-мъ, исправленнымъ и дополненнымъ изданіемъ; но оно и по содержанію и по системѣ изложенія существенно отличается отъ перваго, пользующагося впрочемъ до сихъ поръ заслуженною извѣстностію. Авторъ желалъ при этомъ, какъ онъ самъ выражается, избѣжать упрека дѣлаемаго 1-му изданію, въ томъ, что оно въ сжатыхъ очеркахъ важнѣйшихъ теорій представляеть слишкомъ много для поверхностнаго знакомства съ предметомъ и напротивъ того, мало для серьезнаго изученія, по этому онъ разширилъ предѣлы своего труда и II-й томъ будетъ заключать подробное изложеніе всѣхъ теорій высшаго анализа. Появленіе этого труда конечно для многихъ будетъ весьма желательнымъ.

Г.

III.

Краткія извѣстія.

Лиссажу и Шульцъ устроили чрезвычайно чувствительный хронографъ, состоящій: 1) изъ барабана, покрытаго копотью, и обращающагося три раза въ секунду помощію часового механизма, 2) камертона, колеблющагося 500 разъ въ секунду, и удерживаемаго въ колебаніи помощію особеннаго электрическаго прибора; 3) острія, придѣланнаго къ камертону, которое чертитъ на закопченной поверхности барабана кривую линію, *sinusoиду*; и наконецъ 4) изъ маленькаго электрическаго прибора, означающаго начало и конецъ испытываемаго явленія, помощію индукціонной искры. До какой степени чувствителенъ этотъ приборъ, Лиссажу увѣряетъ, что онъ можетъ представить ясно промежутокъ времени въ $\frac{1}{500000}$ секунды; что можно измѣрить время, употребленное ружейной пулей, по выходѣ изъ дула, для пробѣжанія пространства въ нѣсколько сантиметровъ.

31-го Января Г. Клеркъ на обсерваторіи въ Кембриджѣ (Соединен. Штат.) усмотрѣлъ въ телескопъ, имѣ-

ющій 18 дюймовъ въ отверстіи, спутника Сиріуса, въ разстояніи 10",4. Это открытіе подтверждено Бондомъ, Директоромъ той же Обсерваторіи и Шаorniакомъ въ Парижѣ, при помощи зеркальнаго телескопа Фуко, имѣющаго въ отверстіи 0,8 метра. Такимъ образомъ подтверждается теоретическое заключеніе Бесселя о существованіи спутника, который однако до сихъ поръ былъ принимаемъ тѣмнымъ. Легко можетъ быть впрочемъ, что онъ принадлежитъ къ числу переменныхъ звѣздъ. Разстояніе отъ данной звѣзды и угольположенія хорошо согласуются съ элементами пути Сиріуса, вычисленными Петерсомъ, по которымъ наибольшее западное отклоненіе этой звѣзды отъ центра тяжести системы должно имѣть мѣсто или въ 1866 или въ 1869 годахъ.

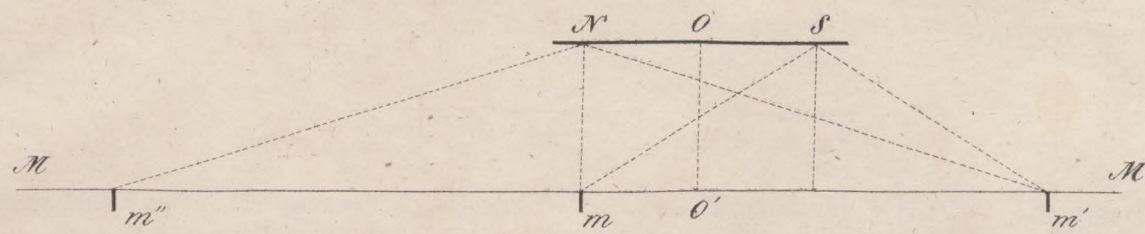
Въ настоящемъ году Саксонія намѣрена приступить къ приведенію въ исполненіе средне-Европейскаго градуснаго измѣренія, проектированнаго Байеромъ. Предварительныя совѣщанія по сему предмету будутъ происходить въ Дрезденѣ и Берлинѣ (изъ письма Профессора Брунса).

Печатать позволяется, Вильно 26 Апрѣля 1862 года. Цензоръ Статскій Совѣтникъ и Кавалеръ А. Мухинъ.

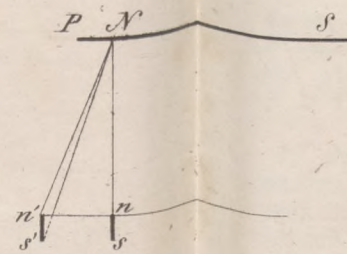
ВИЛЬНО Типографія А. Марциновскаго.

Редакторъ-Издатель М. Гусевъ.

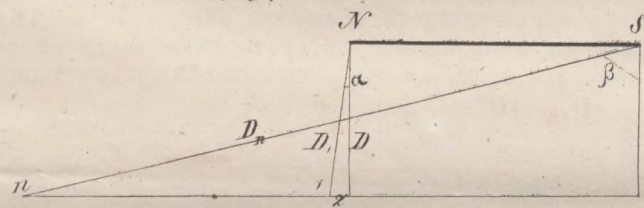
Фиг. 1.



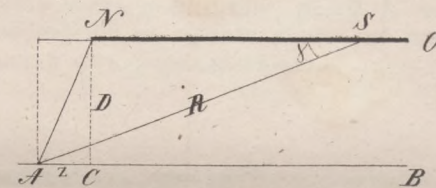
Фиг. 2.



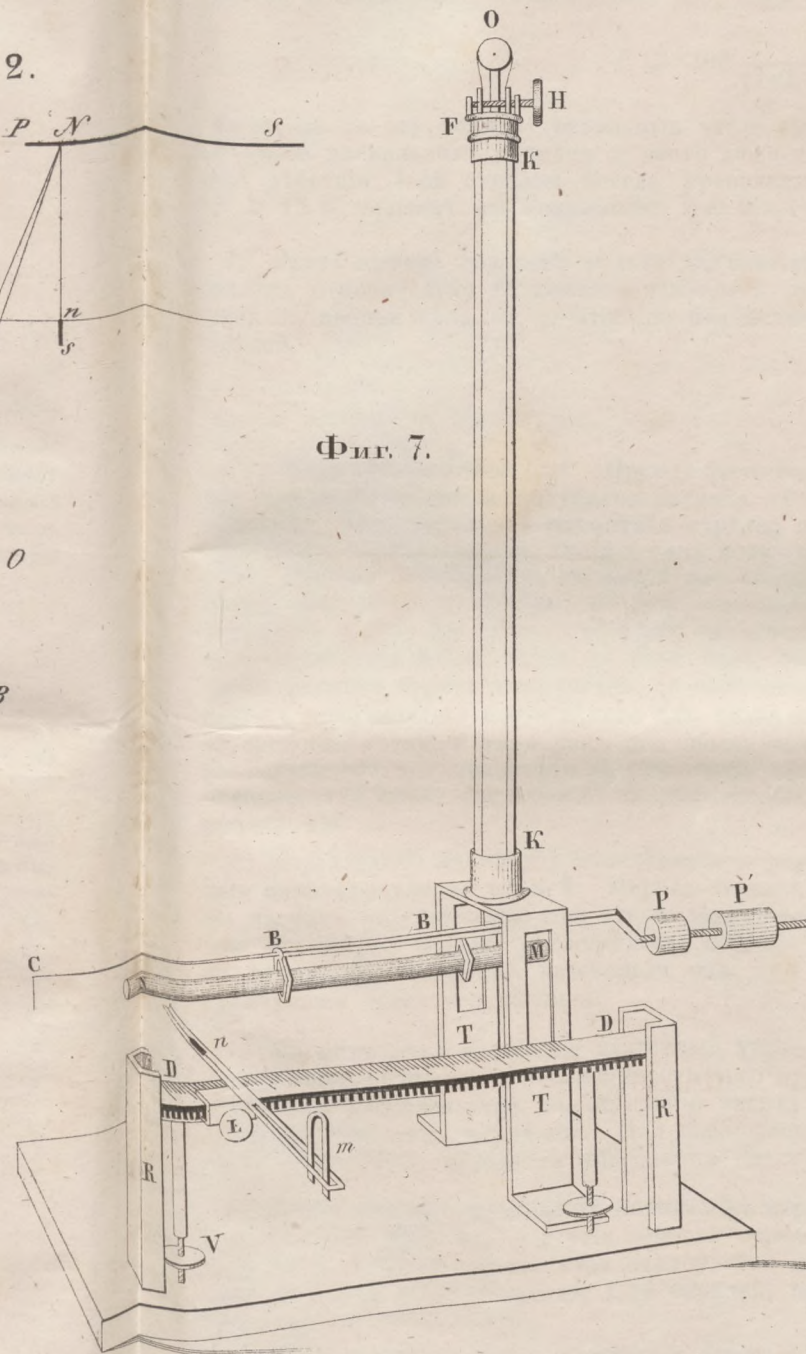
Фиг. 3.



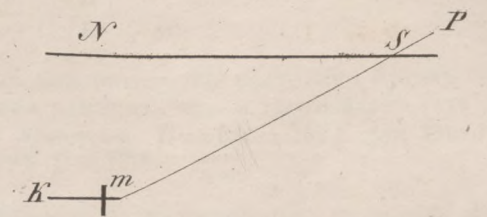
Фиг. 4.



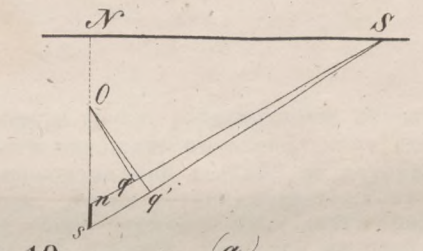
Фиг. 7.



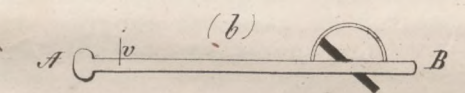
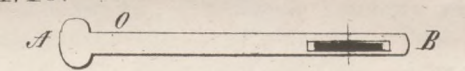
Фиг. 8.



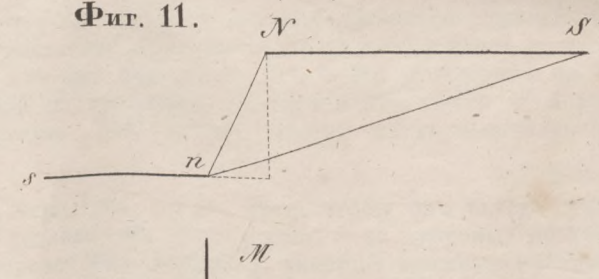
Фиг. 9.



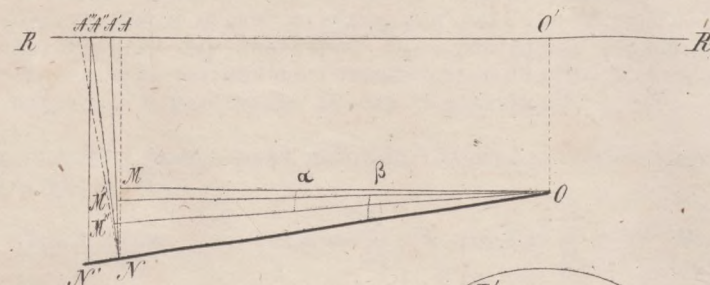
Фиг. 10.



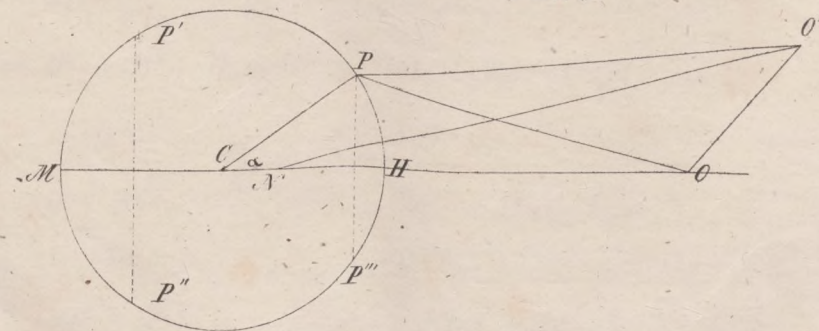
Фиг. 11.



Фиг. 5.



Фиг. 6.



К. № 25 и 26.
Вост. Мат. Муск.

